コンプガチャの確率について

愛知県立一宮高等学校　3年　武 藤 拓 志

1. 研究の概要

2012年5月5日，日本の消費者庁がコンプガチャを景品表示法違反であるとして，ゲーム会社に注意喚起をした。コンプガチャとは，全てのアイテムを手に入れコンプリートすることや，アイテムをコンプリートすることによってより貴重なアイテムを手に入れる事を目的とするゲーム内のシステムの事である。しかし，このシステムによって多額の課金をしてしまう人が続出してしまった。この原因の背景には，コンプガチャが持つ特性が大きく影響していると思われる。基本システムがほぼ変わらない一般的なガチャガチャを思い返してみても，全てのアイテムを揃えるにはかなりの回数を要する。そこで，コンプガチャにおける期待値を計算してみようと考えた。

その結果，出現確率 p のレアアイテム1つを含む n 種類のアイテムのコンプガチャをコンプリートする回数の期待値 $E_2(n)$ を求める一般式を，導き出すことができた。筆算では計算がやや面倒だが，数式処理ソフトを用いてこの導いた式に具体的な n の値を代入して計算すれば，容易に $E_2(n)$ を p の式として求めることができると考えられる。

2. 研究内容

(1) n 種類のアイテムが出るコンプガチャにおいて，全てのアイテムが等確率で出る場合のときてのアイテムを集めるのに要する回数の期待値 $E_1(n)$。

(2) n 種類のアイテムが出るコンプガチャにおいて，1種類のレアアイテムが確率 p で出て，残りの $n-1$ 種類のアイテムがいずれも $\dfrac{1-p}{n-1}$ ずつの等確率で出る場合，全てのアイテムを集めるのに要する回数の期待値 $E_2(n)$。

3. 予想

① (1)，(2) のどちらにおいても，種類数 n の増加につれて期待値が急激に上昇する。

② 任意の n において $E_1(n) \leqq E_2(n)$ である。

③ p の値が0に近づくにつれ $E_2(n)$ は急激に増加する。

4. 研究結果

(1) の場合

n 種類のアイテムが出るコンプガチャにおいて，$k\,(0 \leqq k \leqq n-1)$ 種類のアイテムを持っていたときに，1種類増えるのに要する回数を x_k（確率変数）とする。この時の回数の期待値を $E_1(x_k)$ とすると，求める回数の期待値 $E_1(n)$ は

$$E_1(n) = E_1(x_0) + E_1(x_1) + E_2(x_2) + \cdots + E_1(x_{n-2}) + E_1(x_{n-1}) = \sum_{k=0}^{n-1} E_1(x_k)$$

となる。

よって $E_1(x_k)$ について考える。

$x_k = m$ となる確率は，$m-1$ 回失敗（すでに所持しているアイテムと同じアイテムが出る）した後に成功する（すでに所持しているアイテム以外のアイテムが出る）確率である。よって，この確率は

$\left(\frac{k}{n}\right)^{m-1}\left(1-\frac{k}{n}\right)$ となる。

つまり,

$$E_1(x_k)=\sum_{m=1}^{\infty}m\left(\frac{k}{n}\right)^{m-1}\left(1-\frac{k}{n}\right)=\left(1-\frac{k}{n}\right)\sum_{m=1}^{\infty}m\left(\frac{k}{n}\right)^{m-1}$$

ところで, $S=1+2r+3r^2+4r^3+\cdots+(n-1)r^{n-2}+nr^{n-1}$ とおくと,

$$\begin{array}{rl} & S=1+2r+3r^2+4r^3+\cdots+(n-1)r^{n-2}+nr^{n-1} \\ -) & rS=\quad r+2r^2+3r^3+4r^4+\cdots+(n-1)r^{n-1}+nr^n \\ \hline & (1-r)S=1+r+r^2+r^3+\cdots+r^{n-2}+r^{n-1}-nr^n \end{array}$$

$$=\sum_{k=1}^{n}r^{k-1}-nr^n=\frac{1-r^n}{1-r}-nr^n$$

$$S=\frac{1-r^n-nr^n+nr^{n+1}}{(1-r)^2}$$

となるので, $\lim_{n\to\infty}S=\frac{1}{(1-r)^2}$

つまり $r=\frac{k}{n}$ とおけば $0<\frac{k}{n}<1$ なので,

$$\sum_{m=1}^{\infty}m\left(\frac{k}{n}\right)^{m-1}=\frac{1}{\left(1-\frac{k}{n}\right)^2}$$

よって,

$$E_1(x_k)=\left(1-\frac{k}{n}\right)\times\frac{1}{\left(1-\frac{k}{n}\right)^2}=\frac{1}{1-\frac{k}{n}}=\frac{n}{n-k}$$

$$\boxed{E_1(n)=\sum_{k=0}^{n-1}\frac{n}{n-k}=n\sum_{k=0}^{n-1}\frac{1}{n-k}=n\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n}\right)}$$

(2) の場合

様々な考え方があるが, 次のような考え方で考えていくことにする。

$n=2$ のとき

レアアイテム A が出る確率を p とすると, 普通のアイテムが出る確率は $1-p$ となる。$k\geqq 1$ のとき $k+1$ 回でコンプリートするのは, $\underbrace{\mathrm{AAAA\cdots A\,B}}_{k+1\text{回}}$ または $\underbrace{\mathrm{BBBB\cdots B\,A}}_{k+1\text{回}}$ のように, A が k 回出た後に B が出るか, B が k 回出た後に A が出る場合である。

よって, 回数の期待値は

$$E_2(n)=\sum_{k=1}^{\infty}(k+1)\{p^k(1-p)+p(1-p)^k\}$$

で, $0<p<1$ に注意して計算すると, $\frac{p^2-p+1}{p(1-p)}$ となる。

次に $n=3$ のときだが, レアアイテム A が出る確率を p とすると, 普通のアイテム B_1, B_2 が出る確率

は等しく，それぞれ$q=\dfrac{1-p}{2}$ となる。$k\geqq 1$ のとき $k+2$ 回でコンプリートするのは，

$\underbrace{AAA\cdots A}_{s回}B_1\underbrace{B_1AAB_1\cdots B_1}_{k-s回}B_2$ のように，A が s 回出た後に 1 つの B_1 が出て，その後に A または B_1 が $k-s$ 回出た後に残りの B_2 が出る場合である。よってこの回数の期待値は

$$2\sum_{s=1}^{k}(k+2)p^s q(p+q)^{k-s}q=2(k+2)pq\{(p+q)^k-p^k\}$$

となる。

（※B_1, B_2 が出る順番も考慮するので 2 倍してある。）

これと同様にして，B_1AB_2，B_2AB_1 と出る場合の期待値の和は，

$$2\sum_{s=1}^{k}(k+2)q^s p(p+q)^{k-s}q=2(k+2)p^2\{(p+q)^k-q^k\}$$

B_1B_2A，B_2B_1A と出る場合の期待値の和は，

$$2\sum_{s=1}^{k}(k+2)q^s q(2q)^{k-s}p=2(k+2)pq^{k+1}(2^k-1)$$

よってこれらの 3 つの和を S とすれば，コンプリートする回数の期待値は $E_2(3)=\sum_{k=1}^{\infty}S$ で

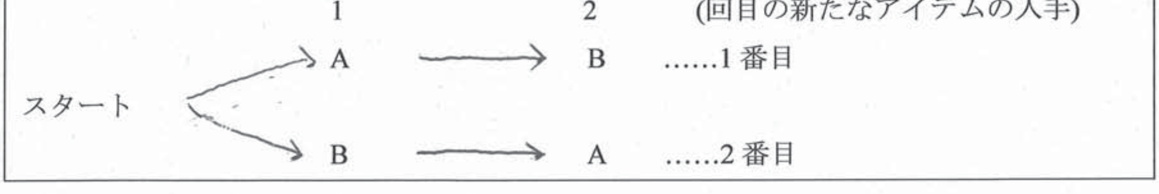
計算すると，$E_2(3)=\dfrac{-p^3+6p^2+1}{p(1-p)(1+p)}$ となる。

しかし，この方法では n が増えると煩雑きわまりなく，とても手に負えそうにもない。そこで，次のような方法を考えてみた。

まず具体的に 2 種類の場合について考えてみる。

ここで，レアアイテム A が出る確率を $p\ (0<p<1)$ とすると，レアアイテムではない普通のアイテム B（以下普通のアイテムとする）が出る確率は $1-p$ となる。すると，これらの 2 つのアイテムの入手の順番は樹形図に表すと以下のようになる。

※スタートとは何もアイテムを所持していない状態を指す。



A→B と入手していくルートを 1 番目のルート，B→A と入手していくルートをを 2 番目のルートとすると，求める回数の期待値 E は，

$E=$（1 番目のルートを通る確率）×（1 番目のルートを通ったときの回数の期待値）
＋（2 番目のルートを通る確率）×（2 番目のルートを通ったときの回数の期待値）　となる。

(i)　それぞれのルートを通る確率

この確率は最初に出るアイテムの種類に依存するので，1 番目のルートを通る確率は p，2 番目のルートを通る確率は $1-p$ となる。

(ii)　それぞれのルートを通った時の回数の期待値

（ア）1 番目のルートについて

スタート→A を満たすための回数の期待値は明らかに 1 である。
次に A→B を満たすための回数の期待値は，これを満たした時の回数が m 回となるときの確率が $p^m(1-p)$ となるので，

$$E=\sum_{m=1}^{\infty} m p^{m-1}(1-p)=\frac{1-p}{(1-p)^2}=\frac{1}{1-p} \qquad \text{となる。}$$

よって求める回数の期待値は，$1+\dfrac{1}{1-p}$ である。

（イ）2 番目のルートについて
スタート→B を満たすための回数の期待値は明らかに 1 である。
次に A→B を満たすための回数の期待値は，これを満たした時の回数が m 回となるときの確率が $p(1-p)^m$ となるので，

$$E=\sum_{m=1}^{\infty} m p(1-p)^m=\frac{p}{\{1-(1-p)\}^2}=\frac{1}{p}$$

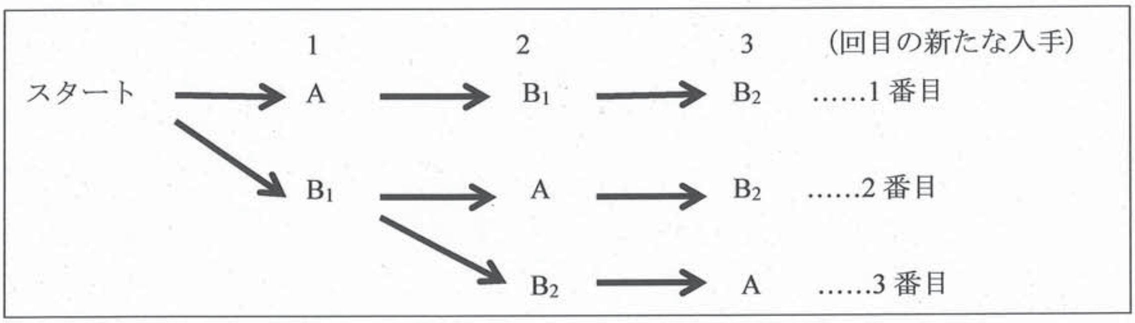
よって求める回数の期待値は，$1+\dfrac{1}{p}$ である。

よって(i)，(ii)より求める回数の期待値は

$$E_2(2)=p\times\left(1+\frac{1}{1-p}\right)+(1-p)\times\left(1+\frac{1}{p}\right)=\frac{p^2-p+1}{p(1-p)}$$

となり，先に求めた値と一致する。

次に 3 種類の場合について考える。
同様に，それぞれのルートを通る確率とそれぞれのルートに対する期待値を求めることで考察する。
レアアイテム A が出る確率を $p\ (0<p<1)$ とすると，普通のアイテム B_1, B_2 が出る確率は等しく共に $\dfrac{1-p}{2}$ となる。よってこれらのアイテムを入手する順番を樹形図に表すと以下のようになる。（今回求めるのはあくまでも期待値であり，B_1，B_2 が出る確率が等しいことから，今回の考え方では全てのルートにこれらのアイテムの出方の逆が含まれるので B_1, B_2 の入手の順番は区別しなくても良い。また，今回は先に入手できる普通のアイテムを便宜上 B_1 とおいてある。）



樹形図のように 1，2，3 回目の新たなアイテムの入手がレアアイテム A となるルートをそれぞれ 1，2，3 番目のルートとすると，求める回数の期待値は，
E ＝（1 番目のルートを通る確率）×（1 番目のルートを通ったときの回数の期待値）
＋（2 番目のルートを通る確率）×（2 番目のルートを通ったときの回数の期待値）
＋（3 番目のルートを通る確率）×（3 番目のルートを通ったときの回数の期待値）
となる。よって，2 種類の時と同じように考えていく。

(i)　それぞれのルートを通る確率

（ア）1番目について

これは1回目の入手がレアアイテムAであればよいので，pとなる

（イ）2番目について

これは1回目の入手が普通のアイテムでなおかつ2回目の入手がレアアイテムでなければならない。1回目の入手が普通のアイテムである確率は$1-p$である。

次に，2回目の入手についてだが，このとき新たに入手する可能性があるものはA，B_2であるので，求める確率はA，B_2を新たに入手するという条件のもとでAを新たに入手する確率なので，

$$\frac{p}{p+\frac{1-p}{2}}=\frac{2p}{1+p}$$ となる。

よって求める確率は$\dfrac{2p(1-p)}{1+p}$

（ウ）3番目について

（イ）と同様に考えて1回目の入手に対する確率は$1-p$で，2回目の入手に対しての確率は，A，B_2を新たに入手するという条件のもとでB_2を新たに入手する確率なので，

$$\frac{\frac{1-p}{2}}{p+\frac{1-p}{2}}=\frac{1-p}{1+p}$$

よって求める確率は，$\dfrac{(1-p)^2}{1+p}$

(ii)　それぞれのルートを通った時の回数の期待値

①　1回目の入手について

これは明らかに$E=1$である。

②　2回目の入手について

（ア）Aをもともと所持しているとき

m回で次の新たなアイテムを獲得する確率は，$p^{m-1}(1-p)$となるので，

このときの回数の期待値は，

$$E=\sum_{m=1}^{\infty}mp^{m-1}(1-p)=\frac{1-p}{(1-p)^2}=\frac{1}{1-p}$$

（イ）B_1をもともと所持しているとき

m回で次の新たなアイテムを獲得する確率は，$\left(\dfrac{1-p}{2}\right)^{m-1}\left(p+\dfrac{1-p}{2}\right)=\left(\dfrac{1-p}{2}\right)^{m-1}\left(\dfrac{1+p}{2}\right)$

となるので，このときの回数の期待値は，

$$E=\sum_{m=1}^{\infty}m\left(\frac{1-p}{2}\right)^{m-1}\left(\frac{1+p}{2}\right)=\frac{\frac{1+p}{2}}{\left(\frac{1+p}{2}\right)^2}=\frac{2}{1+p}$$

③　3回目の入手について

（ア）A，B_1をもともと所持しているとき

m回で次の新たなアイテムを獲得する確率は，

$\left(p+\dfrac{1-p}{2}\right)^{m-1}\left(\dfrac{1-p}{2}\right)=\left(\dfrac{1+p}{2}\right)^{m-1}\left(\dfrac{1-p}{2}\right)$となるので，このときの回数の期待値は，

$$E=\sum_{m=1}^{\infty}m\left(\frac{1+p}{2}\right)^{m-1}\left(\frac{1-p}{2}\right)=\frac{\frac{1-p}{2}}{\left(\frac{1-p}{2}\right)^2}=\frac{2}{1-p}$$

（イ）B_1，B_2をもともと所持しているとき

m回で次の新たなアイテムを獲得する確率は，$p(1-p)^{m-1}$となるので，

このときの回数の期待値は，$E=\sum\limits_{m=1}^{\infty}mp(1-p)^{m-1}=\dfrac{p}{p^2}=\dfrac{1}{p}$

よって1番目のルートに対する回数の期待値は，$1+\dfrac{1}{1-p}+\dfrac{2}{1-p}$

2番目のルートに対する回数の期待値は，$1+\dfrac{2}{1+p}+\dfrac{2}{1-p}$

3番目のルートに対する回数の期待値は，$1+\dfrac{2}{1+p}+\dfrac{1}{p}$

よって(i)，(ii)より，

$$E_2(3)=p\times\left(1+\frac{1}{1-p}+\frac{2}{1-p}\right)+\frac{2p(1-p)}{1+p}\times\left(1+\frac{2}{1+p}+\frac{2}{1-p}\right)+\frac{(1-p)^2}{1+p}\times\left(1+\frac{2}{1+p}+\frac{1}{p}\right)=\frac{-p^3+6p^2+1}{p(1-p)(1+p)}$$

となり，これも，先に求めた値と一致する。

また同様に計算を進めていくと，4種類のときの回数の期待値は

$$E_2(4)=\frac{4p^4+6p^3+79p^2+6p+4}{2p(1-p)(2p+1)(2+p)}\quad\text{となった。}$$

この考え方をもとにしてn種類に拡張した場合について考える。

レアアイテムAが出る確率をpとおくと，普通のアイテム$B_1B_2\ldots\ldots B_{n-1}$が出る確率は$\dfrac{1-p}{n-1}$となる。

レアアイテムは1種類，普通のアイテムは$n-1$種類あるので，新たなアイテムの入手の順序は以下のようになる。

$$\begin{array}{llllllllll}
 & 1 & 2 & 3 & \cdots & s-1 & s & s+1 & \cdots & n-1 \quad n \text{（回目の新たな入手）}\\
\text{スタート}\to & A & \to B_1 & \to B_2 & \cdots & B_{s-2}\to & B_{s-1}\to & B_s & \cdots & B_{n-2}\to B_{n-1}\ \cdots\cdots 1\text{番目}\\
 & \searrow B_1 & \to A & \to B_2 & \cdots & B_{s-2}\to & B_{s-1}\to & B_s & \cdots & B_{n-2}\to B_{n-1}\ \cdots\cdots 2\text{番目}\\
 & & \searrow B_2 & \to A & \cdots & B_{s-2}\to & B_{s-1}\to & B_s & \cdots & B_{n-2}\to B_{n-1}\ \cdots\cdots 3\text{番目}\\
 & & & \searrow\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots\quad\vdots\quad\quad\vdots\\
 & & & & & \to A & \to B_{s-1}\to & B_s & \cdots & B_{n-2}\to B_{n-1}\ \cdots\cdots s-1\text{番目}\\
 & & & & & \searrow B_{s-1} & \to A & \to B_s & \cdots & B_{n-2}\to B_{n-1}\ \cdots\cdots s\ \text{番目}\\
 & & & & & & \searrow B_s & \to A & \cdots & B_{n-2}\to B_{n-1}\ \cdots\cdots s+1\text{番目}\\
 & & & & & & & \vdots & & \vdots\quad\vdots\quad\quad\vdots\\
 & & & & & & & & & \to A\ \to\ B_{n-1}\cdots\cdots n-1\text{番目}\\
 & & & & & & & & & \searrow B_{n-1}\to A\ \cdots\cdots n\ \text{番目}
\end{array}$$

樹形図のように，s回目の新たなアイテムの入手がレアアイテム A であるルートをs番目のルートとすると，求める回数の期待値は，

$$E=\sum_{s=1}^{n}\{(s\text{番目のルートを通る確率})\times(s\text{番目のルートを通ったときの回数の期待値})\}$$

よって，2，3 種類のときと同様に考えていくと，

(i)　s番目のルートを通る確率

s番目のルートを通るためには$1\sim s-1$回目までの新しいアイテムの入手は普通のアイテムであり，s回目の入手がレアアイテムである必要がある。

ここである新たなアイテムのt $(1\leqq t\leqq s)$回目の入手に対してレアアイテムと新たな普通のアイテムが入手できる確率を考える。このt回目の新たなアイテムの入手をするに当たって，入手するまでに残っているそれぞれのアイテムの種類を考えると，レアアイテム A はまだ出ていないので 1 種類残っている。また，$1\sim t-1$回目の新たなアイテムの入手により普通のアイテムは$t-1$種類出ている。よって残っている普通のアイテムの種類は，$n-(t-1)-1=n-t$　より$n-t$種類。

よって，t回目の新たなアイテムの入手がレアアイテムや普通のアイテムとなる確率は 1 種類のレアアイテムと，$n-t$種類の普通のアイテムを入手するという条件の下でそれぞれのアイテムを入手するという条件付き確率になる。

つまり，t回目の新たなアイテムの入手がレアアイテムとなる確率は，

$$\frac{p}{p+(n-t)\times\dfrac{1-p}{n-1}}=\frac{(n-1)p}{(n-1)p+(n-t)(1-p)}=\frac{(n-1)p}{(t-1)p+(n-t)}$$

普通のアイテムとなる確率は，

$$\frac{(n-t)\times\dfrac{1-p}{n-1}}{p+(n-t)\times\dfrac{1-p}{n-1}}=\frac{(n-t)(1-p)}{(n-1)p+(n-t)(1-p)}=\frac{(n-t)(1-p)}{(t-1)p+(n-t)}$$

これによってs番目のルートを通る確率は，

$$\frac{(n-1)p}{(s-1)p+(n-s)}\times\prod_{t=1}^{s-1}\frac{(n-t)(1-p)}{(t-1)p+(n-t)}$$

(ii)　s番目のルートを通ったときの回数の期待値

$1\sim s$回目の新たなアイテムの入手ではレアアイテムを持っていない状態で新たなアイテムを入手するが，$s+1\sim n$回目の新たなアイテムの入手ではレアアイテムをもった状態で新たなアイテムを入手することになる。

つまりk回目の新たなアイテムの入手において，1 種類増えるのに必要な期待値$E(x_k)$を考える。

（ア）レアアイテムを持っているとき

レアアイテムを 1 種類，普通のアイテムを$k-2$種類持っている状態で新たなアイテムを入手することになる。$x_k=m$　となる確率は，

$$h_1(m)=\left\{p+(k-2)\times\frac{1-p}{n-1}\right\}^{m-1}\left[1-\left\{p+(k-2)\times\frac{1-p}{n-1}\right\}\right]$$

となり，

$$E_2(x_k)=\sum_{m=1}^{\infty} mh_1(m)=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1-\left\{p+(k-2)\times\dfrac{1-p}{n-1}\right\}}{1-\left\{p+(k-2)\times\dfrac{1-p}{n-1}\right\}^2}=\frac{1}{1-\left\{p+(k-2)\times\dfrac{1-p}{n-1}\right\}}=\frac{n-1}{(n-1)(1-p)-(k-2)(1-p)}$$

$$=\frac{n-1}{(n-k+1)(1-p)}$$

（イ）レアアイテムを持っていないとき

普通のアイテムを$k-1$種類持っている状態で新たなアイテムを入手することになる。$x_k=m$となる確率は，$h_2(m)=\left\{(k-1)\times\dfrac{1-p}{n-1}\right\}^{m-1}\left\{1-(k-1)\times\dfrac{1-p}{n-1}\right\}$　となり

$$E_2(x_k)=\sum_{m=1}^{\infty} mh_2(m)=\frac{1-\dfrac{(k-1)(1-p)}{n-1}}{\left\{1-\dfrac{(k-1)(1-p)}{n-1}\right\}^2}=\frac{1}{1-\dfrac{(k-1)(1-p)}{n-1}}=\frac{n-1}{n-1-(k-1)(1-p)}=\frac{n-1}{(n-p)-k(1-p)}$$

となり，

（ア），（イ）より求める期待値は

$$\sum_{k=1}^{s}\frac{n-1}{(n-p)-k(1-p)}+\sum_{k=s+1}^{n}\frac{n-1}{(n-k+1)(1-p)}$$

よって回数の期待値$E_2(n)$は次の式で表せる。

$$E_2(n)=\sum_{s=1}^{n} f(s)\times g(s)$$

ここに，$f(s)=\dfrac{(n-1)p}{(s-1)p+(n-s)}\times\displaystyle\prod_{t=1}^{s-1}\frac{(n-t)(1-p)}{(t-1)p+(n-t)}$,

$g(s)=\displaystyle\sum_{k=1}^{s}\frac{n-1}{(n-p)-k(1-p)}+\sum_{k=s+1}^{n}\frac{n-1}{(n-k+1)(1-p)}$

※上の式ではsの値によってはシグマの上の数が下の数より小さくなることがあるが，これはその時のt, kは存在しないことを意味するので0として計算する。

具体的には$n=3$のとき，$f(1)=p$，$f(2)=\dfrac{2p(1-p)}{p+1}$，$f(3)=\dfrac{(1-p)^2}{1+p}$，$g(1)=\dfrac{4-p}{1-p}$，$g(2)=\dfrac{5-p^2}{(1+p)(1-p)}$，

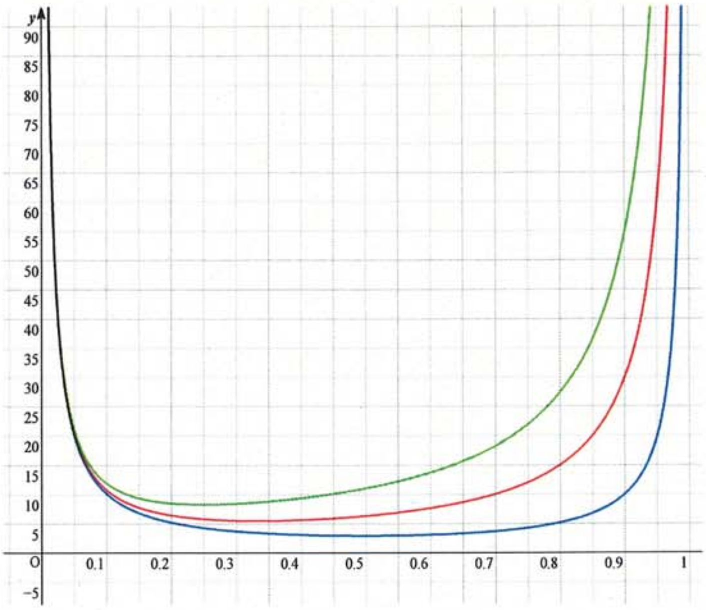
$g(3)=\dfrac{p^2+4p+1}{p(p+1)}$となり，$\displaystyle\sum_{s=1}^{3} f(s)g(s)$を計算すると$E_2(3)=\dfrac{-p^3+6p^2+1}{p(1-p)(1+p)}$となる。

他のnについては　$n=2$のとき，$E_2(2)=\dfrac{p^2-p+1}{p(1-p)}$；$n=4$のとき，$E_2(4)=\dfrac{4p^4+6p^3+79p^2+6p+4}{2p(1-p)(p+2)(2p+1)}$

となる。

これらのグラフをGrapseで描くと次のページのようになる。

（青：n=2　　赤：n=3　　緑：n=4）。



また上の式を p で微分して，計算するとそれぞれ，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$ で最小値をとり，これは当然だが，それぞれの $E_1(n)$ の値と一致する。

5．検証

・①の予想は（1）の場合はおおよそ $n(\log n+\gamma)$（γ はオイラー定数）に収束することから種類数の増加はある程度の影響を及ぼす。（10 種類で約 23 回，100 種類で約 460 回）

（2）の場合では，種類数の増加と期待値の増加はあるものの，さほど影響しないことがわかる。それよりもレアアイテムの確率 p に大きく影響される。

・$E_2(n)$ を求める一般的な式を作ることができたのは，大きな成果だった。

・②の予想は具体的に求めた値 ($n=2,\ 3,\ 4$) では正しいことが分かったが一般的に言えるかは完全には証明が出来なかった。しかし，グラフからも分かるように，正しい可能性がかなり高い。

・③の予想が正しく p が 0 に近づくにつれて種類数に関係なく急激に期待値は増加し，その値は $\frac{1}{p}$ にほぼ収束する。つまり期待値は p に依存することがわかる。

6．今後の課題

・具体的に証明できなかった②の予想を証明する。

・レアアイテムが 1 種類だけでなく，何種類かある場合の期待値の計算式を求める。

7．参考文献

・コンプガチャに必要な回数の期待値の計算 | 高校数学の美しい物語
mathtrain.jp/completegacha

・コンプリートガチャ - Wikipedia
ja.wikipedia.org/wiki/コンプリートガチャ