

「球に近い」ということは、どういうことなのかを考える

岐阜大学教育学部附属中学校 1年 香田栞理

1.研究の動機

去年の算数・数学の自由研究で、「円に近いとはどういうことか」を調べました。そのとき、球に近いとはどういうことなのかについても調べてみたくなったので、今年はこのテーマを選びました。

2.研究の方法

球は、空間のある一点から等距離にある点の集まりで、平面で切れば断面は必ず円になります。また平面上を転がすとまっすぐ進みます。球を直方体の箱に入れると、縦・横・高さが等しくなり箱は立方体になります。

そこで以下のような方法で調べてみることにしました。

- 1)身のまわりにあるもので、球に近いと思うものを集める
- 2)いろいろ角度を変えて縦・横・高さを計測する
- 3)去年使った方法で、3つの断面がどれだけ円に近いか調べる
- 4)直線の通路の先の平らな斜面(斜度5%;80cm進んで4cm下がる)を転がし、中央からのずれを計測する

データの計算はCASIO社製 fx-CG20 を使用しました。

3.研究の結果と解析

1)身近で手に入りやすいものの中から、レモン・オレンジ・トマト・じゃがいも・たまねぎを選びました。球の代表としてテニスボールを選びました。やわらかいボールを選ばなかった理由は、置いたときに形が変形して縦・横・高さを正確に測ることができないと考えたからです。この中では私はオレンジが最も球に近いと思いました。

2)3つの面が直角に交わる台を作り、縦・横・高さ計測しました。

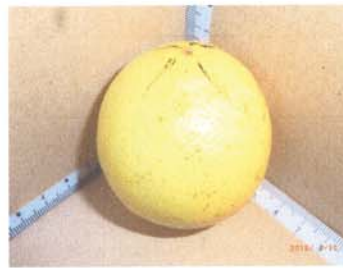
頂上の部分に油性ペンで十字のしるしを書き、それ以外に45度ずつ3方向(写真右の黒矢印)に傾けて、計4方向計測をしました。

球の場合は4方向の縦・横・高さの数値が全て等しくなると考えられます。したがって計測した数値のばらつきが少ないほど球に近いと判断しました。



ばらつきの指標として、標準偏差(SD;球に近い形のものを選んだのでデータは平均値を中心に正規分布すると考えました)・レンジ(最大値と最小値の差)・四分位範囲(第3四分位数Q3と第1四分位数Q1との差)を用いました。

偶然あるひとつの方向のばらつきが小さい場合があるので、全ての計測結果をまとめて解析しました。



単位 mm	ボール	レモン	オレンジ	トマト	じゃがいも	たまねぎ
縦①	65	55	82	76	49	59
横①	65	56	81	72	45	60
高さ①	66	64	83	59	39	57
縦②	65	57	82	70	46	55
横②	65	58	80	71	48	60
高さ②	65	59	81	70	42	55
縦③	65	59	82	70	47	60
横③	65	57	80	70	44	55
高さ③	65	58	81	72	47	56
縦④	65	60	82	70	45	57
横④	65	58	82	70	41	56
高さ④	66	58	83	73	48	60
平均	65.17	58.25	81.58	70.25	45.08	57.5
SD	0.39	2.26	0.99	3.98	3.09	2.15
レンジ	1	9	3	15	0	5
Q1	65	57	81	70	43	55.5
Q2	65	58	82	70	45.5	57
Q3	65	59	82	72	47.5	60
Q3-Q1	0	2	1	2	4.5	4.5

【データの解析】

i) 標準偏差

テニスボールが 0.39 と最も小さい数値になりましたが、0 にはなりませんでした。それぞれのデータを比べると、オレンジが 0.99 と最も小さく、たまねぎ・レモン・じゃ

がいも・トマトの順に数値が大きくなりました。

ii)レンジ

テニスボールが1と最も小さい数値になりましたが、0にはなりませんでした。

それぞれのデータを比べると、オレンジが3と最も小さく、たまねぎ・レモン・じゃがいも・トマトの順に数値が大きくなりました。

iii)四分位範囲

テニスボールが0となり球と同じ数値になりました。それぞれのデータを比べると、オレンジが1と最も小さく、レモン=トマト・じゃがいも=たまねぎの順に数値が大きくなりました。

以上のことから、テニスボールは球に近い形ではあるが球ではないことが分かりました。

身近で集めたものの中では、オレンジが最も球に近い形であることが分かりました。

3)調べたいものを3つの平面で切り、断面がどれだけ円に近いかを調べました。それぞれの切り口の内接円と外接円の直径の比の値(A)と、縦と横(図形の中に入る最も長い線分を縦、その線分に垂直に交わる最も長い線分を横とする)の比の値(B)を計算しました。

球はどんな平面で切っても、断面は必ず円になります。円の内接円と外接円の直径は等しくなるため、Aは1になります。また縦と横は直径なので、Bも1です。したがって、3つの断面のA・Bそれぞれの平均も1になります。A・Bそれぞれの平均が1に近いほど球に近いと判断しました。

最後に総合的に判断するためにAの平均値とBの平均値の、平均(C)を求めてみました。この値も球ならば1になるので、1に近いほど球に近いと判断しました。

テニスボールは切ることができないので、下の写真のように紙の一部を丸く切り抜きボールにあてて、隙間がなくなった形を断面として計測しました。

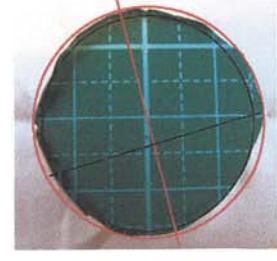
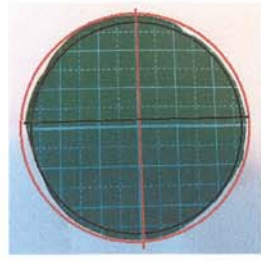
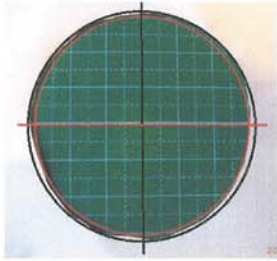


ボール

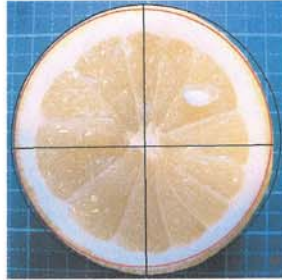
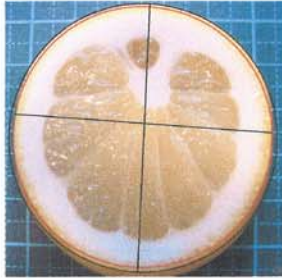
断面①

断面②

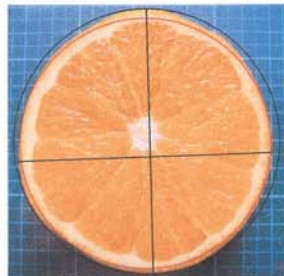
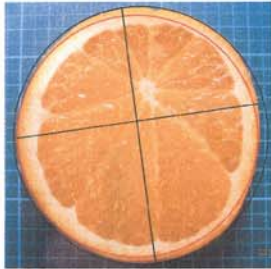
断面③



レモン



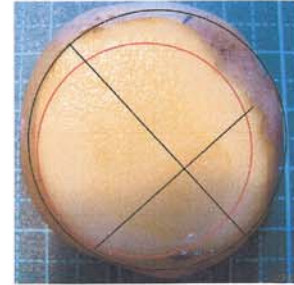
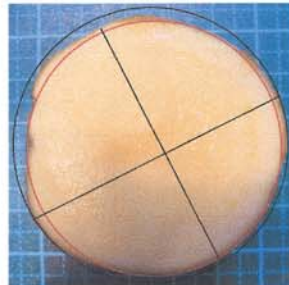
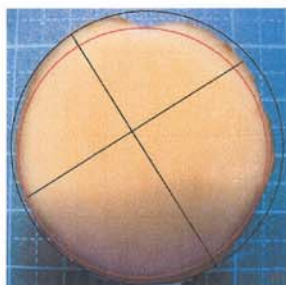
オレンジ



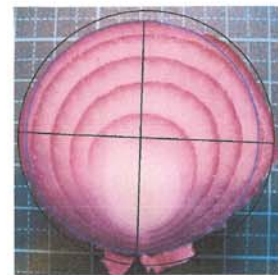
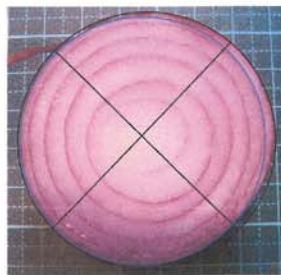
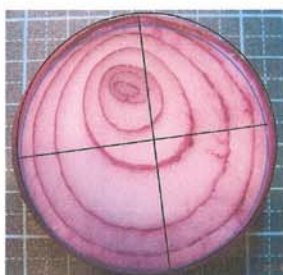
トマト



じゃがいも



たまねぎ



単位 mm	内径	外径	A	縦	横	B	C
ボール断面①	60	64	0.94	63	61	0.97	
断面②	59	65	0.91	64	62	0.97	
断面③	58	63	0.92	62	62	1.00	
平均			0.92			0.98	0.95
レモン断面①	69	71	0.97	71	68	0.96	
断面②	67	71	0.94	71	68	0.96	
断面③	65	70	0.93	70	66	0.94	
平均			0.95			0.95	0.95
オレンジ断面①	66	70	0.94	70	67	0.96	
断面②	66	70	0.94	70	67	0.96	
断面③	66	72	0.92	72	68	0.94	
平均			0.93			0.95	0.94
トマト断面①	67	71	0.94	70	68	0.97	
断面②	63	71	0.89	70	68	0.97	
断面③	64	74	0.86	72	70	0.97	
平均			0.9			0.97	0.935
じゃがいも断面①	66	72	0.92	72	68	0.94	
断面②	67	72	0.93	72	68	0.94	
断面③	57	69	0.83	69	56	0.81	
平均			0.89			0.9	0.895
たまねぎ断面①	63	70	0.9	70	64	0.91	
断面②	65	68	0.96	68	67	0.99	
断面③	64	68	0.94	68	66	0.97	
平均			0.93			0.96	0.945

【データの解析】

テニスボールの A の平均は 0.92、B の平均は 0.98 と、いずれも 1 になりませんでした。

A の平均はレモンが 0.95 で最も 1 に近く、B の平均はトマトが 0.97 で最も 1 に近い結果となりました。

C の数値を比べると、レモンが 0.95 と最も 1 に近い結果になりました。

以上のことからテニスボールは球ではないことが分かりました。ただ正確な断面を使って計測することができなかつたため、何か別の方法を使って再度チャレンジしてみたいと思います。

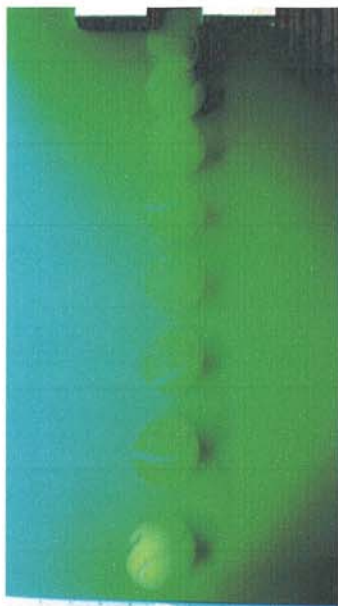
身近で集めたものの中では、レモンが最も球に近い形であることが分かりました。

4) 木の板で挟まれた直線の通路の先の斜度 5% 長さ 80cm の斜面を 10 回転がし、中央からのずれを計測しました。

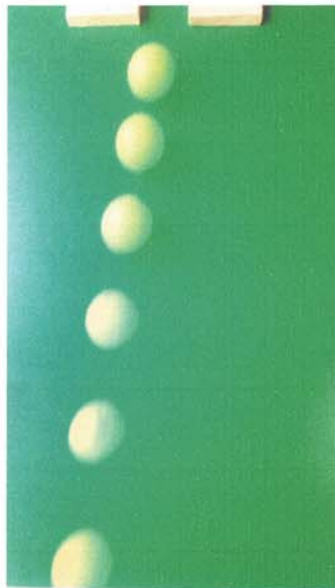
球の場合、平らな平面上ではまっすぐ転がります。そのため中央からのずれは無く、10 回とも全て 0 になると考えられます。したがって計測したデータが 0 を中心にばらつきが少ないほど球に近いと判断しました。

ばらつきの指標として 2) でも使用した標準偏差・レンジ・四分位範囲を、さらに平均値を用いました。

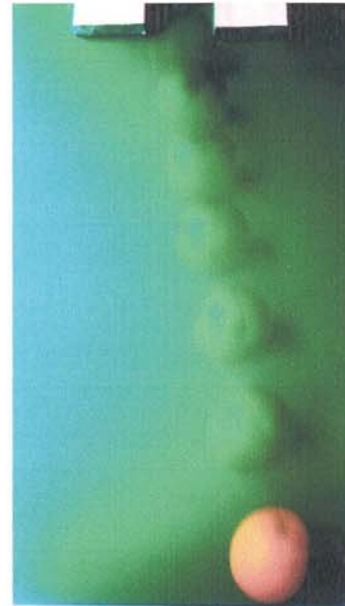
テニスボール



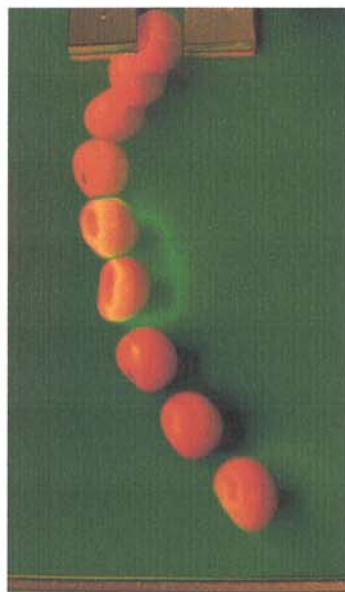
レモン



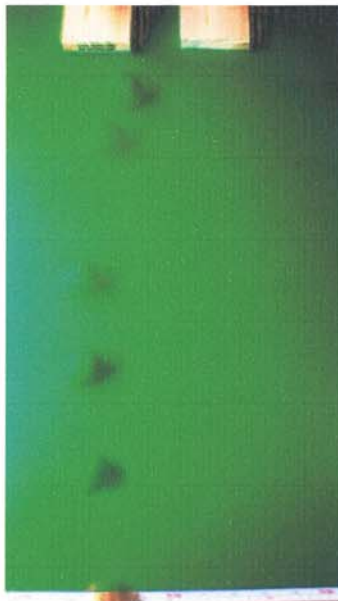
オレンジ



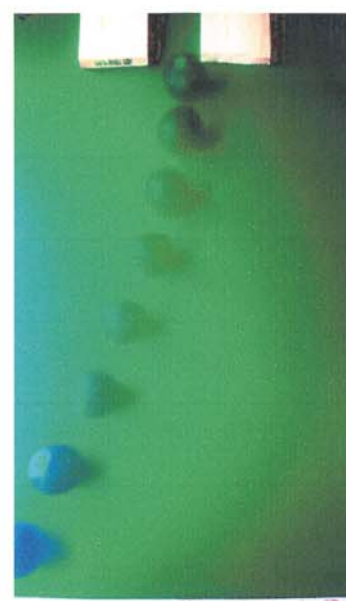
トマト



じゃがいも



たまねぎ



それぞれの写真を見ると、レモン・オレンジが直線的に転がったのに対して、トマト・じゃがいも・たまねぎは曲線を描いて転がりました。

単位 mm	ボール	レモン	オレンジ	トマト	じゃがいも	たまねぎ
1回目	0	170	155	85	100	245
2	15	123	120	220	155	137
3	40	238	180	125	16	173
4	13	120	135	35	167	190
5	15	165	200	270	15	249
6	14	91	10	120	64	142
7	18	230	175	340	83	5
8	0	100	30	10	106	70
9	13	18	35	70	38	418
10	18	24	55	110	180	110
平均	14.6	127.9	109.5	138.5	92.4	173.9
SD	11.06	75.13	70.73	105.75	60.63	113.69
レンジ	40	220	190	330	165	413
Q1	13	91	35	70	38	110
Q2	14.5	121.5	127.5	115	91.5	157
Q3	18	170	175	220	155	245
Q3-Q1	5	79	140	150	117	135

【データの解析】

i) 平均値

テニスボールは 14.6 となり 0 にはなりませんでした。

それぞれのデータを比べると、じゃがいもが 92.4 と最も小さく、オレンジ・レモン・トマト・たまねぎの順に数値が大きくなりました。

ii) 標準偏差

このデータは正規分布にならないと思い、標準偏差を使って球に近いかどうかを判断することはできないと考えました。

iii) レンジ

テニスボールは 40 となり 0 にはなりませんでした。

それぞれのデータを比べると、じゃがいもが 165 と最も小さく、オレンジ・レモン・トマト・たまねぎの順に数値が大きくなりました。

iv) 四分位範囲

テニスボールは 5 となり 0 にはなりませんでした。

それぞれのデータを比べると、レモンが 79 と最も小さく、じゃがいも・たまねぎ・オレンジ・トマトの順に数値が大きくなりました。

以上の結果からテニスボールは球ではないことが分かりました。

四分位範囲のデータではレモンが最も球に近いという結果になりました。しかし平均値では、じゃがいもやオレンジが勝っており、レンジでも同じ結果になりました。

なぜこのような違いができたのかを考えると、レモンの形が原因ではないかと思いました。それは両側に対称的に出っ張りが見られるラグビーボールに近いという点です。そのため直線路を出た時に進む方向が決まると、そのままほぼまっすぐ転がり、ずれの幅が小さくなった(四分位範囲が小さい)のだと考えられます(もやもや①)。

また、同じずれ幅でもトマトのように曲線を描いての場合と、直線的に転がった場合のデータを同じと考えてよいものかという疑問も残り、このデータだけでは球に近いかどうかを判断することは難しいと思われまます(もやもや②)。

私は動きを数値化して解析することは難しいと感じました。

予定していた検討だけではもやもやした気持ちが残ったので、解析結果を参考にして追加実験をしました。

もやもや①について

球はどの方向にもまっすぐ転がることから、まず身近で集めたものを、はじめ・45度・90度と置く向きを変えて10回ずつ転がしました。木の板で囲まれた直線の通路を通ることによって、まっすぐな方向へ転がる力が加わる可能性も考えて、置いてそのまま手を離す方法に変更しました。大きくコースアウトしてしまう場合が増えたので、斜面の角度と長さを変えて(斜度10%長さ40cm)中央からのずれを計測しました。

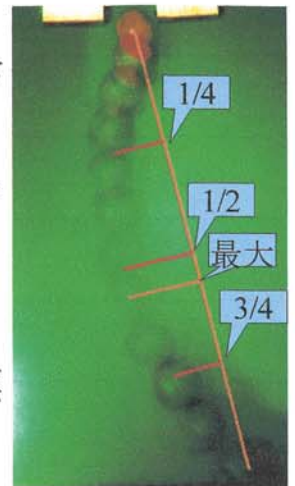
単位 mm	ボ ー ル			レ モ ン			オ レ ン ジ			ト マ ト			じゃがいも			た ま ね ぎ		
	はじめ	45度	90度	はじめ	45度	90度	はじめ	45度	90度	はじめ	45度	90度	はじめ	45度	90度	はじめ	45度	90度
1	0	4	34	47	38	10	15	5	95	180	70	10	62	45	110	100	24	145
2	2	6	30	45	65	40	47	50	80	120	10	4	152	70	122	95	75	2
3	0	0	15	45	168	12	5	107	52	152	75	75	108	105	128	25	78	185
4	6	1	35	48	82	20	30	96	110	106	22	80	10	128	135	62	25	102
5	5	5	15	52	68	10	0	112	32	130	75	10	175	50	38	5	168	112
6	12	8	38	34	66	15	6	114	85	145	132	80	35	78	124	42	60	86
7	8	0	52	13	27	14	23	6	45	115	45	10	18	82	50	280	172	158
8	4	5	50	65	102	50	42	70	28	88	10	120	94	8	78	290	195	44
9	2	2	39	67	185	38	45	40	85	290	40	30	30	14	75	225	172	18
10	7	0	28	56	23	47	5	88	78	195	58	45	4	27	110	235	7	4
平均			13.77			51.73			53.2			84.06			75.5			106.36
SD			16.09			40.92			37.34			66.30			47.34			84.90
レンジ			52			175			114			286			171			288
Q1			2			23			23			30			35			25
Q2			6			46			46			75			76.5			90.5
Q3			28			65			85			120			110			172
Q3-Q1			26			42			62			90			75			147

【データの解析】

3方向へ転がしても平均値と四分位範囲でレモンが最も球に近い結果になりました。このことからレモンは球に近い形ではないかと思いました。

もやもや② について

まっすぐ転がる場合と曲がって転がる場合の違いを、数値化できないかと考えました。転がりの連続写真を作り、最初と最後の画像の中心を結んだ線分からどれだけはなれているかを計測しました。いろいろな動きをする場合があったので、最もずれた場所以外に線分の長さの $1/4 \cdot 1/2 \cdot 3/4$ の位置でのずれも計測しました。球はまっすぐ転がるため、どの位置でもずれは0になります。0を中心にばらつきが少ないほど球に近いと判断しました。ばらつきの指標として平均値・レンジ・四分位範囲を用いました。

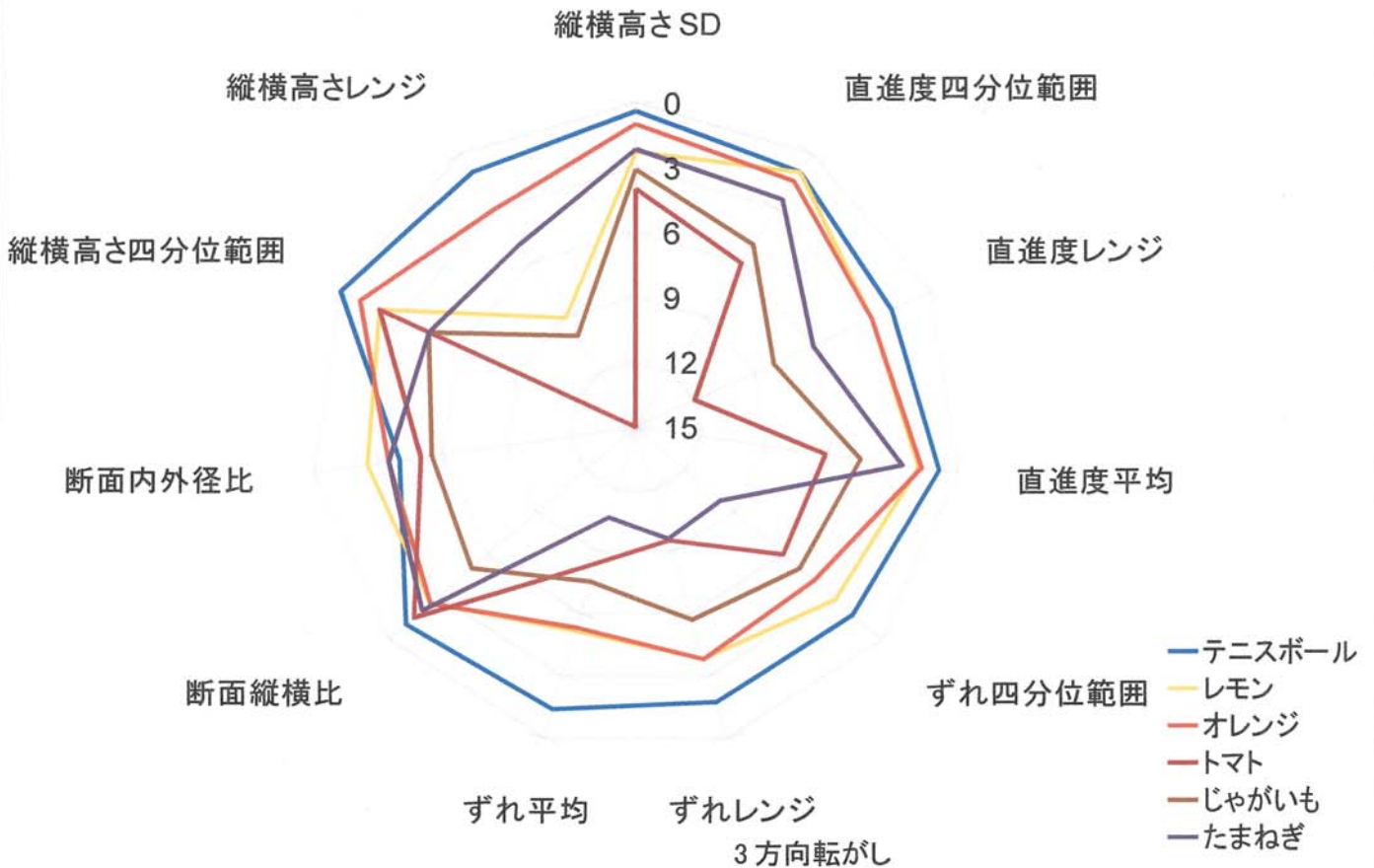


単位 mm	ボール	レモン	オレンジ	トマト	じゃがいも	たまねぎ
最大①	2	2	2	13	8	2
1/4	2	1	0	6	5	2
1/2	1	1	2	8	7	1
3/4	1	0	1	9	7	1
最大②	2	2	3	4	3	2
1/4	0	2	1	2	2	1
1/2	1	1	3	2	1	1
3/4	0	2	1	1	2	1
最大③	1	2	3	13	2	2
1/4	0	2	2	10	1	1
1/2	1	3	3	12	1	1
3/4	0	2	3	9	1	1
最大④	2	3	1	7	7	7
1/4	1	3	0	7	5	4
1/2	1	3	1	5	5	7
3/4	0	2	1	3	3	4
最大⑤	1	2	1	4	9	4
1/4	0	1	1	2	6	3
1/2	0	0	2	3	8	3
3/4	1	2	2	3	7	3
平均	0.85	1.8	1.65	6.15	4.5	2.55
SD	0.75	0.89	0.99	3.86	2.76	1.88
レンジ	2	3	3	12	8	6
Q1	0	1	1	3	2	1
Q2	1	2	1.5	5.5	5	2
Q3	1	2	2.5	9	7	3.5
Q3-Q1	1	1	1.5	6	5	2.5

【データの解析】

平均値・レンジ・四分位範囲の全てのデータでレモンが最も球に近いという結果になりました。このことからレモンのような形は球に近い形ではないかと考えられます。

5)レーダーチャートによる解析



断面の内接円・外接円の直径の比の値を除いて、テニスボールが球に最も近い形という結果になりました。この点については納得のできる結果であったと思います。

テニスボールを除くと、レモンが6項目で最も球に近い結果となり、次にオレンジが5項目トマトが1項目でした。じゃがいもとたまねぎは0項目でした。

4.研究のまとめと感想

最初の予測はオレンジだと思っていましたが、レモンが最も球に近い結果になりました。細長くつぶれて見えるのになぜ球に近いのか不思議でした。調べると楕円体または扁球体と呼ばれ、「円」や「球」の文字が入っているので驚きました。体積の求め方も球と似ているので、球に近い形だと納得できました。

テニスボールも球に近いが球ではないということがわかりました。当たり前だと思っただけでも自分で調べてみると違っていることに気づくことができました。

球に近いかどうかを比べる方法は、どこを調べても見つからずとても苦労しました。自分の方法で比べることができたので楽しかったです。これからはいろいろなことについて、ほんとうにそうなのかな？と考えて調べていきたいです。