

じゃんけんのルールを変えてより面白くする

秋田県立秋田南高校中等部 3年 大宮 周 白坂 柚葵 菅原 琉也

1. 研究の動機

日常でよく使われているじゃんけん。それは代表などを決めるときや、デザートをだれがもらうかを決めるときなどに使われる。しかし、よく使われている「じゃんけんには最初にパーを出すと勝ちやすい」や、「あいこになったときに、相手の手に負ける手を次に出すと勝ちやすい」などといったじゃんけんの攻略法が存在している。そのため、多少頭を使う運のゲームと化している。そこでじゃんけんで何かをするならもっと頭を使う深い読みあいがあるより面白いじゃんけんを作ってみたいと思った。そうしたときに、ゲーム理論という数学理論に出会った。ゲーム理論とは、ビジネスや人間社会における人物や企業を、プレイヤーとみなし、それぞれのプレイヤーや全体の損得を考慮してどのような行動が最も利益を生むかということを示した数学理論である。そのゲーム理論を用いて最適解があるが裏をかくかどうかという読みあいをできる面白いじゃんけんを作ろうと思った。また、じゃんけんで「パーを出す」「チョキを出す」などの宣言をしていることをよく見るため、面白いじゃんけんのルールにその宣言を追加することにした。

2. じゃんけんの基本事項

じゃんけんの基本的ルールを以下の4項目とし固定とする。

- ・出すことができる手はグー、チョキ、パーの3つのみ。
(グーはチョキに勝てるがパーに負ける
チョキはパーに勝てるがグーに負ける
パーはグーに勝てるがチョキに負ける)
- ・最初に双方のプレイヤーは同時に自分が何の手を出すかを宣言する。
- ・プレイヤーのどちらも宣言した手以外も出すことができる。
- ・それぞれのプレイヤーには宣言の内容と実際に出した手、そしてじゃんけんの勝敗により固定の点数が与えられる。

次に面白いじゃんけんの条件は以下の条件の二項目とし、どちらも満たすものとする。

条件Ⅰ：ある一つの選択肢を選び続けることで、利益を最大化することができない。

条件Ⅱ：純粋戦略ナッシュ均衡がいかなる場合においても存在せず、特定の選択肢を選び続けることがない。

- ・純粋戦略ナッシュ均衡とはプレイヤーの最適反応の組のことである。
- ・最適反応とはAがBの取る戦略に対して自らの利益を最大化できる戦略のことである。
- ・研究の結果で記載される利得表で文字を斜めにしているセルはパレート最適を表し、表

で太い数字の組は純粋戦略ナッシュ均衡を表し、組になっていない太い数字は A か B の最適反応を表す。

- ・表の N は純粋戦略ナッシュ均衡の数、P はパレート最適の数を表す。
- ・パレート最適とはこれ以上パレート改善を行うことができない状態のことである。
- ・パレート改善とは、戦略を変え、どのプレイヤーも損をすることなく、必ず一人以上のプレイヤーが得をすることである。

以下 A の利得 (獲得点数) を P_A , B の利得 (獲得点数) を P_B とし、全体の利得 (A と B の獲得点数の和) を $P_A + P_B$ とする。

3. 研究 I の方法や内容

この研究で扱うじゃんけんをじゃんけん I とする。

以下の 3 項目をどの研究でも固定とする。

- ・プレイヤーはプレイヤー A とプレイヤー B (以下 A、B とする) の二人。
- ・A と B は宣言をした後双方同時にグー、チョキ、パーのいずれかの手を出す。
- ・その後宣言した内容と実際に出した手、そして勝敗によって固定の点数が与えられる。
- ・研究 I では A と B に与えられる点数は以下のとおりとする。

研究 I	宣言通りの手を出す		宣言通りの手を出さない	
勝つ	+	2	+	1
負ける	-	1	-	2
あいこ		0		0

手順①じゃんけんの基本事項に従い利得表 I を作成する。

手順②利得表 I と面白いじゃんけんの条件を照らし合わせる。

手順③じゃんけん I は面白いじゃんけんかどうかを判別する。

4. 研究 I の結果と考察

		Bグー		
		グー	チョキ	パー
Aグー	グー	(0,0)	(2,-2)	(-1,1)
	チョキ	(-2,2)	(0,0)	(1,-2)
	パー	(1,-1)	(-2,1)	(0,0)
		N=0	P=7	

		Bチョキ		
		グー	チョキ	パー
Aグー	グー	(0,0)	(2,-1)	(-1,1)
	チョキ	(-2,1)	(0,0)	(1,-2)
	パー	(1,-2)	(-2,2)	(0,0)
		N=0	P=6	

		Bパー		
		グー	チョキ	パー
Aグー	グー	(0,0)	(2,-2)	(-1,2)
	チョキ	(-2,1)	(0,0)	(1,-1)
	パー	(1,-2)	(-2,1)	(0,0)
		N=0	P=6	

		Bグー		
		グー	チョキ	パー
グー		(0,0)	(1,-2)	(-2,1)
Aチョキ	チョキ	(-1,2)	(0,0)	(2,-2)
パー		(1,-1)	(-2,1)	(0,0)
		N=0	P=6	

		Bチョキ		
		グー	チョキ	パー
グー		(0,0)	(1,-1)	(-2,1)
Aチョキ	チョキ	(-1,1)	(0,0)	(2,-2)
パー		(1,-2)	(-2,2)	(0,0)
		N=0	P=7	

		Bパー		
		グー	チョキ	パー
グー		(0,0)	(1,-2)	(-2,2)
Aチョキ	チョキ	(-1,1)	(0,0)	(2,-1)
パー		(1,-2)	(-2,1)	(0,0)
		N=0	P=6	

		Bグー		
		グー	チョキ	パー
グー		(0,0)	(1,-2)	(-2,1)
Aパー	チョキ	(-2,2)	(0,0)	(1,-2)
パー		(2,-1)	(-1,1)	(0,0)
		N=0	P=6	

		Bチョキ		
		グー	チョキ	パー
グー		(0,0)	(1,-1)	(-2,1)
Aパー	チョキ	(-2,1)	(0,0)	(1,-2)
パー		(2,-2)	(-1,2)	(0,0)
		N=0	P=6	

		Bパー		
		グー	チョキ	パー
グー		(0,0)	(1,-2)	(-2,2)
Aパー	チョキ	(-2,1)	(0,0)	(1,-1)
パー		(2,-2)	(-1,1)	(0,0)
		N=0	P=7	

結果からじゃんけんⅠにおける純粋戦略ナッシュ均衡はいかなる場合でも存在しないことがわかる。そしてパレート最適はAとBの宣言が同じだった場合に限り7個、AとBの宣言が異なる場合に6個存在すると分かった。

純粋戦略ナッシュ均衡が存在しないため、面白いじゃんけんの条件Ⅱに当てはまる。しかしこの場合相手の出す手にかかわらず自らの宣言通りの手を出すことによって自らの利得を最大化することができるため、面白いじゃんけんの条件Ⅰに当てはまらない。よってじゃんけんⅠは面白いじゃんけんとは言えない。そのため負けた時に失う点数の絶対値を大きくし、自らの宣言に従うとハイリスクハイリターン、自らの宣言に従わないとローリスクローリターンという仕組みにしたらいと考えたため、改善を行い、研究Ⅱを行う。

5. 研究Ⅱの方法や内容

この研究Ⅱで扱うじゃんけんをじゃんけんⅡとする。

- ・研究ⅡではAとBに与えられる点数は以下のとおりとする。

研究Ⅱ	宣言通りの手を出す		宣言通りの手を出さない	
勝つ	+	2	+	1
負ける	-	2	-	1
あいこ	-	2	-	1

手順①じゃんけんの基本事項に従い利得表Ⅱを作成する。

手順②利得表Ⅱと面白いじゃんけんの条件を照らし合わせる。

手順③じゃんけんⅡは面白いじゃんけんかどうかを判別する。

6.研究Ⅱの結果と考察

		Bゲー						Bゲー						Bゲー		
		ゲー	チョキ	パー				ゲー	チョキ	パー				ゲー	チョキ	パー
Aゲー	ゲー	(-2,-2)	(2,-1)	(-2,1)	Aチョキ	ゲー		(-1,-2)	(1,-1)	(-1,1)	Aパー	ゲー		(-1,-2)	(1,-1)	(-1,1)
	チョキ	(-1,2)	(-1,1)	(1,1)		チョキ		(-2,2)	(-2,-1)	(2,-1)		チョキ		(-1,2)	(-1,1)	(1,-1)
	パー	(1,2)	(-1,1)	(-1,-1)		パー		(1,-2)	(-1,1)	(-1,-1)		パー		(2,-2)	(-2,1)	(-2,-1)
		N=0 P=2						N=0 P=4						N=0 P=4		
		Bチョキ						Bチョキ						Bチョキ		
		ゲー	チョキ	パー				ゲー	チョキ	パー				ゲー	チョキ	パー
Aゲー	ゲー	(-2,-1)	(2,-2)	(-2,1)	Aチョキ	ゲー		(-1,-1)	(1,-2)	(-1,1)	Aパー	ゲー		(-1,-1)	(1,-2)	(-1,1)
	チョキ	(-1,1)	(-1,-2)	(1,-1)		チョキ		(-2,1)	(-2,-2)	(2,-1)		チョキ		(-1,1)	(-1,-2)	(1,-1)
	パー	(1,-1)	(-1,2)	(-1,-1)		パー		(1,-1)	(-1,2)	(-1,-1)		パー		(2,-1)	(-2,2)	(-2,-1)
		N=0 P=4						N=0 P=2						N=0 P=4		
		Bパー						Bパー						Bパー		
		ゲー	チョキ	パー				ゲー	チョキ	パー				ゲー	チョキ	パー
Aゲー	ゲー	(-2,-1)	(2,-1)	(-2,2)	Aチョキ	ゲー		(-1,-1)	(1,-1)	(-1,2)	Aパー	ゲー		(-1,-1)	(1,-1)	(-1,2)
	チョキ	(-1,1)	(-1,-1)	(1,-2)		チョキ		(-2,1)	(-2,-1)	(2,-2)		チョキ		(-1,1)	(-1,-1)	(1,-2)
	パー	(1,-1)	(-1,1)	(-1,-2)		パー		(1,-1)	(-1,1)	(-1,-2)		パー		(2,-1)	(-2,1)	(-2,-2)
		N=0 P=4						N=0 P=4						N=0 P=2		

結果からじゃんけんⅡにおける純粋戦略ナッシュ均衡はいかなる場合でも存在しないことがわかる。そしてパレート最適はAとBの宣言が同じだった場合に限り2個、AとBの宣言が異なる場合に4個存在すると分かった。

純粋戦略ナッシュ均衡が存在しないため、面白いじゃんけんの条件Ⅱに当てはまる。しかしこの場合相手の出す手にかかわらず自らの宣言に従わないことを続けると、利益を最大化できるため、面白いじゃんけんの条件Ⅰに当てはまらない。この研究をしている際、研究メンバーからあいこのときの点数を宣言に従う時と従わない時で入れ替えてはどうかという提案があったためそのようにし、研究Ⅲを行う。

7. 研究Ⅲの方法や内容

この研究Ⅲで扱うじゃんけんをじゃんけんⅢとする。

- ・研究Ⅲでは A と B に与えられる点数は以下のようにする。

研究Ⅲ	宣言通りの手を出す		宣言通りの手を出さない	
勝つ	+	2	+	1
負ける	—	2	—	1
あいこ	—	1	—	2

手順①じゃんけんの基本事項に従い利得表Ⅲを作成する。

手順②利得表Ⅲと面白いじゃんけんの条件を照らし合わせる

手順③じゃんけんⅢは面白いじゃんけんかどうかを判別する。

8. 研究Ⅲの結果と考察

		Bグー					Bチョキ					Bパー		
		グー	チョキ	パー			グー	チョキ	パー			グー	チョキ	パー
Aグー	グー	(-1,-1)	(2,-1)	(-2,1)	Aグー	グー	(-1,-2)	(2,-2)	(-2,1)	Aグー	グー	(-1,-2)	(2,-1)	(-2,2)
	チョキ	(-1,2)	(-2,-2)	(1,-1)		チョキ	(-1,1)	(-2,-1)	(1,-1)		チョキ	(-1,1)	(-2,-2)	(1,-2)
	パー	(1,-2)	(-1,1)	(-2,-2)		パー	(1,-1)	(-1,2)	(-2,-2)		パー	(1,-1)	(-1,1)	(-2,-1)
		N=0 P=2					N=0 P=4					N=0 P=4		
		Bグー					Bチョキ					Bパー		
		グー	チョキ	パー			グー	チョキ	パー			グー	チョキ	パー
Aチョキ	グー	(-2,-1)	(1,-1)	(-1,1)	Aチョキ	グー	(-2,-2)	(1,-2)	(-1,1)	Aチョキ	グー	(-2,-2)	(1,-1)	(-1,2)
	チョキ	(-2,2)	(-1,-2)	(2,-1)		チョキ	(-2,1)	(-1,-1)	(2,-1)		チョキ	(-2,1)	(-1,-2)	(2,-2)
	パー	(1,-2)	(-1,1)	(-2,-2)		パー	(1,-1)	(-1,2)	(-2,-2)		パー	(1,-1)	(-1,1)	(-2,-1)
		N=0 P=4					N=0 P=2					N=0 P=4		
		Bグー					Bチョキ					Bパー		
		グー	チョキ	パー			グー	チョキ	パー			グー	チョキ	パー
Aパー	グー	(-2,-1)	(1,-1)	(-1,1)	Aパー	グー	(-2,-2)	(1,-2)	(-1,1)	Aパー	グー	(-2,-2)	(1,-1)	(-1,2)
	チョキ	(-1,2)	(-2,-2)	(1,-1)		チョキ	(-1,1)	(-2,-1)	(1,-1)		チョキ	(-1,1)	(-2,-2)	(1,-2)
	パー	(2,-2)	(-2,1)	(-1,-2)		パー	(2,-1)	(-2,2)	(-1,-2)		パー	(2,-1)	(-2,1)	(-1,-1)
		N=0 P=4					N=0 P=4					N=0 P=2		

結果からじゃんけんⅢにおける純粋戦略ナッシュ均衡はいかなる場合でも存在しないことがわかる。そしてパレート最適は A と B の宣言が同じだった場合に限り 2 個、A と B の宣言が異なる場合に 4 個存在すると分かった。

純粋戦略ナッシュ均衡が存在しないため、面白いじゃんけんの条件Ⅱに当てはまる。

しかしこの場合相手の出す手にかかわらず自らの宣言に従わないことを続けると、利益

を最大化できるため、面白いじゃんけんの条件Ⅰに当てはまらない。条件Ⅰに当てはまるようにするため宣言に従ったときに与えられる可能性がある点数の和と宣言に従わなかった時に与えられる可能性がある点数の和を等しくすればよいと考えた。またじゃんけんⅢを複数回行くと、 P_A や P_B 、 $P_A + P_B$ の値が負となる確率が高くなるため、じゃんけんを続けた際に、 P_A や P_B 、 $P_A + P_B$ がいずれも正となる確率が高くなるように勝ったときの点数を大きくするという改善を行い、研究Ⅳを行う。

9.研究Ⅳの方法や内容

この研究Ⅳで扱うじゃんけんをじゃんけんⅣとする。

- ・研究ⅢではAとBに与えられる点数は以下のようにする。

研究Ⅳ	宣言通りの手を出す		宣言通りの手を出さない	
勝つ	+	5	+	3
負ける	—	2	—	1
あいこ	—	2	—	2

手順①じゃんけんの基本事項に従い利得表Ⅳを作成する。

手順②利得表Ⅳと面白いじゃんけんの条件を照らし合わせる。

手順③じゃんけんⅣは面白いじゃんけんかどうかを判別する。

10. 研究Ⅳの結果と考察

		Bグー					Bチョキ					Bパー		
		グー	チョキ	パー			グー	チョキ	パー			グー	チョキ	パー
Aグー	グー	(-2,-2)	(5,-1)	(-2,3)	Aグー	グー	(-2,-1)	(5,-2)	(-2,3)	Aグー	グー	(-2,-1)	(5,-1)	(-2,5)
	チョキ	(-1,5)	(-1,-1)	(3,-1)		チョキ	(-1,3)	(-1,2)	(3,-1)		チョキ	(-1,3)	(-1,-1)	(3,-2)
	パー	(3,-2)	(-1,3)	(-1,-1)		パー	(3,-1)	(-1,5)	(-1,-1)		パー	(3,-1)	(-1,3)	(-1,-2)
		N=0 P=2					N=0 P=4					N=0 P=4		
		Bグー					Bチョキ					Bパー		
		グー	チョキ	パー			グー	チョキ	パー			グー	チョキ	パー
Aパー	グー	(-1,-2)	(3,-1)	(-1,3)	Aパー	グー	(-1,-1)	(3,-2)	(-1,3)	Aパー	グー	(-1,-1)	(3,-1)	(-1,5)
	チョキ	(-1,5)	(-1,-1)	(3,-1)		チョキ	(-1,3)	(-1,2)	(3,-1)		チョキ	(-1,3)	(-1,-1)	(3,-2)
	パー	(5,-2)	(-2,3)	(-2,-1)		パー	(5,-1)	(-2,5)	(-2,-1)		パー	(5,-1)	(-2,3)	(-2,-2)
		N=0 P=4					N=0 P=4					N=0 P=2		
		Bグー					Bチョキ					Bパー		
		グー	チョキ	パー			グー	チョキ	パー			グー	チョキ	パー
Aチョキ	グー	(-1,-2)	(3,-1)	(-1,5)	Aチョキ	グー	(-1,-1)	(3,-2)	(-1,3)	Aチョキ	グー	(-1,-1)	(3,-1)	(-1,5)
	チョキ	(-2,3)	(-2,-1)	(5,-2)		チョキ	(-2,3)	(-2,2)	(5,-1)		チョキ	(-2,3)	(-2,-1)	(5,-2)
	パー	(3,-1)	(-1,3)	(-1,-1)		パー	(3,-1)	(-1,5)	(-1,-1)		パー	(3,-1)	(-1,3)	(-1,-2)
		N=0 P=4					N=0 P=2					N=0 P=4		

結果からじゃんけんⅣにおける純粋戦略ナッシュ均衡はいかなる場合でも存在しないことがわかる。そしてパレート最適はAとBの宣言が同じだった場合に限り2個、AとBの宣言が異なる場合に4個存在すると分かった。

自らの宣言に従う場合も自らの宣言に従わない場合も相手の出す手によって、利益が最大化できるとは限らないため、面白いじゃんけんの条件Ⅰに当てはまる。純粋戦略ナッシュ均衡が存在しないため、面白いじゃんけんの条件Ⅱに当てはまる。宣言に従ったときに与えられる可能性がある点数の和と宣言に従わなかった時に与えられる可能性がある点数の和を等しいため、相手の出す手によって利益を最大化できるとは限らないようにすることができた。また、純粋戦略ナッシュ均衡は研究Ⅰから研究ⅣまでAとBに与えられる点数を変えたが、どのような場合でも存在しなかった。そのため研究Ⅰから研究Ⅳまでで扱った宣言が存在するじゃんけんでは、新たに基本的ルールを追加もしくは変更をしない限り純粋戦略ナッシュ均衡は存在しないのではないかな。

11. 今後の課題

今回の研究で扱った宣言があるじゃんけんはプレイヤーが2人だけのじゃんけんだったが、宣言に従ったときに与えられる可能性がある点数の和と宣言に従わなかった時に与えられる可能性がある点数の和を等しくすることで、プレイヤーが3人以上の場合でも面白いじゃんけんの条件にあてはまる宣言があるじゃんけんが成り立つのか、また成り立たない場合はどのようにすることで、プレイヤーが3人以上の場合でも成り立つ宣言があるじゃんけんを作ることができるのかということが今後の課題となる。

12. 謝辞

この研究の最初のテーマ設定などの際に、詳しくゲーム理論について説明していただいた佐藤先生、研究の進行についてご指導していただいた小山先生に感謝いたします。

13. 参考文献

【1】 KAIKOKU, DIGIMAGUILD

「ゲーム理論はどのようにマーケティングで活かされる？」

<https://kaikoku.blam.co.jp/client/digimaguild/knowledge/marketing-framework/1454> (参照 2024-7-17)

【2】 YouTube, 予備校のノリで学ぶ「大学の数学・物理」, ヨビノリ講師たくみ

「ゲーム理論の基本」, 更新日 2021-2-18

<https://www.youtube.com/watch?v=-UulHZPFo2M> (参照 2024-7-24)