

日本の理数教育をサポートする

Rimse

Research Institute for Mathematics and Science Education

No. 40

June

2024

特集

理数教育と言語能力の育成



Contents

表紙裏

巻頭言

理数探究と教育

東京大学 名誉教授 石浦 章一

特集 理数教育と言語能力の育成

- 2 **I** 言語と文字でひらく算数・数学
京都産業大学 教授・理学部長 牛瀧 文宏
- 7 **II** 「尺度」という概念がもたらす対話の質的向上と探究
京都産業大学附属中学校・高等学校 メディア教育部主任・情報科主任 森本 岳
- 12 **III** 自ら学び、自ら考える力の育成 ～思考過程を数学的に表現する～
兵庫県養父市立関宮学園 教頭(副校長) 松井 功

連載 やさしい電気化学 ～化学変化で起こす電気、 電気で起こす化学変化～ 第4回

理科の授業に登場する電池－電極について

東京学芸大学 教育学部自然科学系 教授 鎌田 正裕

連載 確率の現代的活用 第5回

確率：可能性を測るツール

東京大学 名誉教授／(株)ベイズ総合研究所 代表取締役 松原 望

連載 物理用語の成り立ち ～万物の根源を求めて～ 第5回

分子(モレキュール molecule)

元徳島県公立高等学校 教諭 西條 敏美

教育に新しい風を －東京懇談会より－

令和の日本型教育を支える研究・研修で学校に活力を

早稲田大学教職大学院 客員教授 岩永 章

広場 地域教育で活躍する人々 第39回

地元の算額や和算の史跡を訪ね、自分でも算額をつくろう！

NPO 和算を普及する会 理事／日本数学史学会 事務局長／
早稲田中学・高等学校 教諭 中島 秀忠

裏表紙

数学と言葉 第8回

数学用語 その3

虚数は虚しい数なのか

サイエンスナビゲーター® 桜井 進

巻

頭

Kantougen

言



東京大学 名誉教授

石浦 章一 / いしうら しょういち

1950年石川県生まれ。東京大学教養学部基礎科学科卒業。同理学系大学院博士課程修了後、国立精神・神経センター、東京大学分子細胞生物学研究所助教授、東京大学大学院総合文化研究科教授、同志社大学特別客員教授を経て、現在、新潟医療福祉大学特任教授、京都先端科学大学特任教授、同志社大学客員教授。理学博士。専門は、アルツハイマー病をはじめとする神経難病の分子生物学。最近はサイエンスコミュニケーションを教えている。啓林館高等学校用教科書『理数探究基礎』編集委員長。著書に『小説みたい楽しく読める生命科学講義(2021)』(羊土社)、『理数探究の考え方(2022)』『70歳までに脳とからだを健康にする科学(2024)』(ちくま新書)など。

理数探究と教育

文部科学省は、総合的な探究の時間について、「変化の激しい社会に対応して、探究的な見方・考え方を働かせ、横断的・総合的な学習を行うことを通して、よりよく課題を解決し、自己の生き方を考えていくための資質・能力を育成する」と定義した。すなわち、地域・社会課題やSDGsなど、あらゆる情報から自身と関連付け、自身で課題を設定し、解決策を考えること目指し調査や実験を行って、そのあと論理的・批判的に思考し、結果をまとめるという活動である。これはすべての科目にも適用されるとして、新しい学びが我が国に導入されることになった。学習とは社会的プロセスであり、よい先生に出会って学ぶだけでなく、友人同士のアイデアの交換も大切である。探究を行う子供は物事に取り組む姿勢が養われ、科学への興味が湧いてくるという海外の取り組みが参考になっている。また、SSH活動が予想以上にうまくいき、これをすべての学校に導入しようとする目論見もあった。寺子屋式の教育に慣れた教員の中には、この方針に慣れず難しい日々を過ごしている方もいるのではなかろうか。

そこでどういう取り組みが見られるかというところ、「やる気が出る言葉はなにか」「スマホ依存を止めるためにはどうしたらよいか」「スポーツの試合の勝敗に応援は関係あるのか」「よい写真とはどのようなものか」など中高生らしい疑問が目につく。これを“おもしろ探究”と名付けよう。自分だけが考えたテーマと思っていたら、日本中の高校生が考えていた、というものであり、残念ながらどれも、ちょっとアンケートを取ってグラフ化した、という程度のものが多い。また、「なぜ解明」とか「困りごと解決」としてコンテストを行う自治体、教育産業もある。

もう1つよく見られるテーマは、「現代における商店街の新しい在り方を探る」「特産品の認知度アップ」「どうすれば外国人が働きやすい環境がつかれるか」「障がいのある人への差別・偏見をなくす方法」「子育てが不安な親同士が育児について気軽に話せる場所」などである。これを“街づくり、村おこし、人のため探究”としよう。これらのテーマも、どの学校でも見られる課題である。文部科学省の言うとおり、地域・社会の課題が多いのであるが、実はこういうものは理数探究の課題にはならない。この違いがおわかりになるだろうか。

やはり中高の探究は、大学に進んだ後に学術的に意義のあるものにしたい。そのためには、しっかりした仮説と再現可能

な実験系の確立は必要で、理数の知識で解決できるものが望ましい。そして何よりも新しい科学的知見が得られるものでありたい。特に理数探究は、社会の課題を扱わないことが多い。なぜなら、一般社会の課題には科学的に解決できない課題があるからである。例えば、地方商店街の再生(シャッター街を減らす)は、社会の課題として大変重要なものである。しかし、商店街再生には多くの人々の意思決定が入ってくるため、答えが得られないのである。同様に、地球温暖化は今後どうなる、機械は心を持つかなどもデータの選択によって答えが違ってくるもので、こういうものを科学の対象として課題に取り上げることとはできないのである。

しかし、これらの探究が全くダメかということ、実はそうでもない。人を呼ぶ政策として、イルミネーションやプロジェクトンマッピング、芸術祭とキッチンカーなど、だいたいどの学校でも同じ計画が見られるが、情報の収集から始まり、地域住民へのインタビュー、そのためのアポ取り、質問リストの作成からお礼状まで、やはりこれも科学実験と同じで、学問の方法論(作法)を学ぶという点で大変重要なことである。これらのフィールドワークを友人と一緒にやることで、狭かった自分の思考のフレームが再構築されることもある。また、予算が必要な場合には、申請書を書く必要があるが、これはこれで大人になったときの準備として重要なことであり、これら流行りの探究も一概に悪いとは言えないのである。

私は、今の中高の探究活動に欠けているのは、オリジナリティの追求だと思う。何と言っても、人まねはいけいないのだが、指導者の中には科学研究の意味がわかっていない方もいて、どこかで賞を取ったテーマをなぞることも多い。似たテーマでも、そのどこかにオリジナリティがない限り、その研究はクズになってしまう。米で見つけた現象を麦で再現するのは高校生なら許されるが、分子生物学の勃興期に、A遺伝子をマウスでクローニングしたのに続き、次はラット、その次はヒトというように種を変えて論文を出し続けた研究者のように、それだけではオリジナルとは言えず、決して尊敬はされないのである。

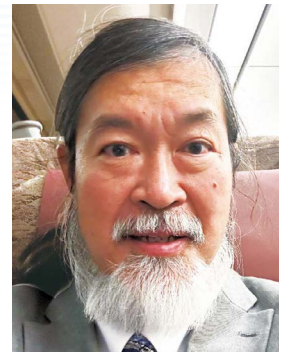
これをご覧になった指導者の方は、その探究課題が学術的に意義があって、大学に進んだときに広く発展可能かどうかを考えていただいてから、生徒に勧めていただきたい。❖

I 言語と文字でひらく算数・数学

京都産業大学 教授・理学部長・同大学院 理学研究科長

牛瀧 文宏 / うしたき ふみひろ

1962年芦屋市生まれ。大阪大学大学院理学研究科修了。理学博士。現在、京都産業大学理学部数理科学科教授・同大学理学部長・同大学院理学研究科長。専門は位相幾何学とその周辺分野。20年ほど前から、算数・数学教育に関わり始め、授業の助言指導や講演を行う。この間、学会や国の教育関連の仕事を経験。『ドラゴン桜式 数学力ドリル』（講談社）の共同監修など、著書・編集・監修多数。



1 ◆ ある少年の話

今から半世紀近く前、昭和50年台の最初の頃に少年時代を過ごした男の回想である。その日の全校朝礼に立ったある教員は次のような話をした。「自分がしようとするのが他の迷惑になるかどうかを知るには、みんながそれをしたらどうなるかを想像してみましょう。その結果、大変なことになるとしたら、君がしようとしていることは、他の迷惑になることなんだ」と。もしかしたら、「他の迷惑になる」というところは「悪いこと」や「良くないこと」など別の言葉だったかもしれない。すでに老年に達した男がこのような古い話を覚えているのは、何も当時の少年がこの言葉に強く感動したからではない。この話をした教員が数学の教員で、その訓話の中に数学の言葉・考え方を見つけたからだ。

今回のテーマである「言語能力の育成」から読者諸賢は何を想起されるだろうか。数式はもちろんのこと、表もグラフも言語機能を有していて、表現^{*1}の手段としてこれらも抜き取りなく指導するということだろうか。だがそれは教育関係者向けには語り尽くされていて、改めて愚見を重ねる必要もない。あるいは、「他者との交流による学び」、今流にいうと「協働的な学び」だろうか。その重要性は否定しないが、これも他の方の論に委ねる方が適切であろう。そこで、ここでは、そういった外界とのインタラクションを抜きにしてもなお残ること、算数や数学における言語と文字の重要性と言語能力の育成に果たす役割について考えを述べたいと思う。言語やその表現手段である文字は、数学では思考のための道具であり、その諸段階における概念の固定化、厳密化、形象化、一般化などを担っている。さらに処理言語としての役割も見逃せないのだ。そんな感じで綴って

いくので、それなら関係ないと思ったらスキップしてください。ところで、現在のこの少年は人に迷惑をかけることが必ずしも悪いことだとは思っていない。他者を自分の目的として関わることや自己中心的な行為はよろしくないが、迷惑をかけまいと他者への気遣いの果てに自爆してはならないと思っている。こういうことを書くと、「それは迷惑とは言わないのではないの!？」とお叱りを受けそう。そして、「困ったことがあったら人に相談するべきだ」などと続くのかもしれない。そうかもしれない。話がずれている？ いや、そうではない。こういう議論に至る原因、「迷惑」や「良し悪し」の定義が話者によって異なる点に話を誘導したいのだ。いや、定義もないままに話をしている可能性さえ高い。数学に慣れ親しむと、このあたりことが気になる。なぜなら、数学はまず言葉による定義から始まるからだ。

2 ◆ 言語や文字があるから数がわかる

数学が対象とするものは、ほぼ全てこの世に存在しない。小学校第1学年の学習においてもその通りだ。○を3つ書いたところで、それは「○○○」であって3ではない。数ばかりではない。図形についても、例えば厳密な正三角形など現実には存在していない。概念の世界の産物である。だが、数学はそれを議論している。この点で数学は形而上学的な性格を持つ。現実のものではないからこそ、諸概念は厳密に定義され、演繹によって論理的に展開されないといけな。これを言語が担う。逆も真だろう。現実にはないから厳密に定義でき、論理的な展開が可能なのだ。現実には多様にして複雑であり、「この場合は如何?」のような議論が常につきまとう。だが数学にはそれはない。仮にあるというなら、定義や条件に漏れがあるのだ。

このように書くと、数学は現実の近似やモデル化であってやさしいものと思われるかも知れないが、ところがどっこい、そういうわけではない。現実をモデル化するのであれば、現実から脱却したところで概念を構成しておかねばならない。

くり返しになるが、それは容易いことではない。例えば、正三角形は「すべての辺の長さが等しい三角形」だが、辺、長さ、三角形が定義されないといけない。長さを物差しで測る時点で、現実と絡んでいる。辺が「真っ直ぐな線」だとすると、経験と離れたところで、「真っ直ぐ」を捉える必要がある。だからそのような完全に言語と文字を用いて記述する純粋数学の方法を教育の場に持ち込むのは限界がある。そこで、算数教育や数学教育では経験と観察に基づいて概念形成を行う。そのため、言葉の持つ重要性が矮小化されることも否めないが、それでも、言語や文字のもつ重要性は十分だ。

例として数について考えてみよう。最初に注意をしておくと、数と数字は全く異なるものである。数字は 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 の 10 個の文字のことであり、これらを用いて数を表すのである^{*2}。さて、数の学習は小学校第 1 学年から開始されるが、そのときは一対一対応により関連づけられるものから個数として自然数を導入し、1, 2, …, 9 という数字を当てはめている。ただ、ここでの指導事項を数(個数)の概念の獲得とすれば、数字(算用数字)は必ずしも必要ない。「いち、に、さん、…」と書いても良いのだ^{*3}。しかし、そこから先では、生活にうまく結びつけ、数字を用いて十進位取り記数法に基づき数の理解が進む。これは、数字という文字や数の読み方を活用することで数の理解を促しているということである。

もう少し詳しく説明しよう。いくらでも大きな数があることを子供たちはどのように理解するだろうか。おそらく、数字を並べることでいくらでも大きな数が作れるということで理解しているのではないか。個数という実態では存在しないような大きな数を文字で理解しているのである。逆にいくらでも微小な数の存在に関しては、0.00…01 のように、0 をどんどん増やしていけば得られることで理解しているだろう。

これは、数字を用いて数を理解しているということである。数字を並べれば十進位取り記数法に基づいて数を形成できることが、ある時点からの数理解の根元にある。表記されるから対象が存在するなどというのは、平仮名を「じぼけもすろ」などと適当に並べても何もできないこととわけが違う。数に関し

ては、言葉と文字があることで、理解できていると考えて良さそうだ。ちなみに、大学の数学では数も公理的に構成する。ここでも言語が大切である。

3 ◆ 言葉があるから意識し表現できる

数学ではいろいろと概念を積み重ねていくが、その都度定義を与えて名前を付けたり、記号を与えたりしていく。一旦名前が付けられると、それを基に考えることができるようになる。このプロセスは大切で、名前があることで、さらにそこから進んで考えられるようになる。これは数学が言葉を大切にしている証でもある。簡単な例を一つ挙げておきたい。

四角形を何か思い浮かべてもらおう。特徴を捉えようとする、4 つの辺や頂点などには目がいく。それに対して対角線は意識しにくい。初めからそこにはないからだ。習うことで気づくものだろう。だが、一旦それを捉えると、対角線という言葉を使って性質がいろいろと記述され、もはやそれなしには四角形の性質も語れなくなる。なかなか注意が向かないようなものであっても、言語化することで形象化されると言ってもよさそう。

このような例は枚挙にいとまがない。三角形の角の二等分線や辺の垂直二等分線などもそうだろう。円や球の半径などもその例にあたるかもしれない。概念が言葉を求めるのだが、言葉があることで表現できるようになる。

また言葉を知ることで、それまで得られなかった公式を作成できることもある。例えば、高等学校の「数学Ⅱ」では、平面上の異なる 2 点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ を通る直線の方程式は

$$(x_2 - x_1)(y - y_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1)$$

であることを学習する。ところが、高等学校の数学ではさんざん二次関数を利用するのに、3 点を通る放物線 $y = ax^2 + bx + c$ の方程式を求める公式を学ばない。そのような公式がないからだろうか？ いやそうではない。実は一般的に表す方法はある。それを表現するための言葉が高等学校の数学にはないだけのことだ。大学の線形代数で学ぶ行列式を利用すると、3 点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, $P_3(x_3, y_3)$ を通る y 軸に平行な軸を持つ放物線の方程式は、

$$\begin{vmatrix} x^2 & x & y & 1 \\ x_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

と表される。実に美しい形だが、行列式という言葉を知ることと初めて表現できるのである。

4 ◆ あれがこれして…

日々の生活の中で誰かと話をしているとき、「あれがこれして…」や「あの人があそこに行って…」などと自分だけが知っている「あれ」や「これ」を使ってうっかり話すことが私にはあるようで、過去に指摘されたことがある。確かにこれだと、コミュニケーション力がないと言われても仕方ないかもしれないが、ここで引き下がっては面白くない。それって、数学にもあるよね、わからないものを、さもわかったものかのようにして扱うよねと言ってやりたいのである。そう、方程式や不等式がそれに当たる。中学校第1学年からの「方程式の利用」などでは未知のものをとりあえず x とでもおいて、式にまとめているのである。式を作ることが言語活動だという以上に、わからないものを残したままでの関係を構築できるという点を強調したい。

同じ方程式でも、中学校第2学年で学ぶ「二元一次方程式」などは言語活動的にも面白い。未知数として x と y があって、それをもとに $ax + by = c$ (a, b, c は定数で $ab \neq 0$) の形の方程式を作る。 x, y はなんだかわからないものだが、このように関係が作られることで、 x と y がお互いに束縛し合うことになる。不明なものがあつたとしても、関係を作ると、不明なものどうしにも関係が生じる。当たり前と言えばそれまでだが、こういう見方は日常的にも頻繁に訪れる。「こっちを立てれば、あっちが立たず」のような捉え方は、まさにこれである。

このように未知のものをも操る表現力が数学にはある。それに数学の言語は変形規則に従って操作可能である。この恩恵は語り尽くせない。未知数を含む関係式を作れば、式の操作で未知数を求められる。また、変数を含む関数を作れば、微分などの操作で変化を捉えることができる。式は表現できるだけではなく、処理できる言語なのである。

5 ◆ 一般的に表す言葉を持つことでできること

ここで唐突であるが、読者諸賢は小中学校の教科書で「比例」の定義が異なっていることをご存知だろうか。手元にある文部科学省検定済教科書『わくわく算数 6』(啓林館)には、

ともなつて変わる2つの数量 x, y があつて、
 x の値が2倍、3倍、……になると、
 y の値も2倍、3倍、……になるとき、
 y は x に比例するといいます。

と定義されている。それに対して、中学校の比例の定義は、 a を定数として $y = ax$ で表される関数である。関数 $y = ax$ が小学校風の定義を満たすことは明らかだが、定義が異なっている点が気になる。

実は、2倍、3倍、…が自然数倍に限られている場合、その関数が実数全体に定義域を持つなら $y = ax$ の形になるとは限らない^{*4}。そのため、そのままこちらを定義として採用できないことは想像できるが、「任意の実数 k に対して、 x の値が k 倍になるとき y の値が k 倍になる」関数は $y = ax$ の形になる。小学校との関連を考えるとこちらを定義として採用しても良さそうなのにそれをしていない。なぜだろう。それは証明を見ればわかる。関数 f が上の「」内の性質を満たすとすれば、任意の実数 x に対して、

$$f(x) = f(x \cdot 1) = xf(1) = f(1)x$$

となる。 $f(1)$ は定数であるから、これを比例定数 a とすると中学校での比例の定義になる。さて、この証明では関数一般を表す記号 $y = f(x)$ を用いている。だがこれは、中学校では学ばない。すなわち、中学生は未知の関数を表す言葉を持っていないのである。 $y = f(x)$ という書き方は高等学校「数学I」の範囲であるが、数学Iでさえも、例えば x に3を代入して $f(3)$ を計算するといった程度の使われ方が主である。つまり言葉を知っていても、上記のような使い方を心得ていない。これだと中学校段階はもとより高等学校初年段階でさえ、小学校風の定義をもとに比例の式 $y = ax$ を導くことは難しい。上の1行ほどの証明であるが、言葉をもち、その使い方に慣れていること、しかも、未知のものを表す言葉を有することで成し得ているのである。

6 ◆ 一般化すること

未知のものを一般に表すだけではなく、数学では頻繁に一般化が行われる。ここでもまた言語能力が必要になる。

中学校第1学年で指数 a^n が登場するときには、 n は自然数に限られたが、それが整数から有理数にまで拡張される。

この時点で、指数と累乗根が統合される。そして、 n が全ての実数に拡張されることで、指数関数となる。さらに、複素数にまで広げることで、三角関数と統合される。

言うまでもなく、これらの一般化にはすべてきちんと理由が伴っている。ここでそれを述べることは避けるが、拡張は指数法則など拡張されるものが元々持っていた言語化された性質を元になされている。そして、一般化することで、別のものをどんどんと取り込んでいくのだが、このようなプロセスで言語が重大な役割を果たしているのである。

7 ◆ 日常生活と教科横断的教育

数学での言語の使い方と日常での使い方には、しばしば乖離がある。だが、ぶれなく表現する算数や数学から日常で使う数などを振り返ると、逆に自然言語の特徴がよくわかるばかりか、指導に生かす点も詳らかになる。ここからは、話題をそちらの方に移行していきたいと思う。

おもに小学校教職員対象で、言語活動について講演や研修を依頼されたとき、数の使い方に関する例題として、例えば、次のような文章を提示する。

ア 6年1組の児童数は34人です。

イ 本日の**球場への入場者は25000人です。

ウ 本校からは今年224人の生徒が**大学に合格しました。

エ このレジャー施設には年間200万人の人が訪れます。小学校と高等学校の例が混ざっていて恐縮である。どれも人数を表していて、日常的に使われていそうな文章だ。研修ではこれらの文章に現れる数について、その特徴を考えてもらう。いかがだろうか。読者諸氏も考えていただければ幸いである。早速で恐縮だが、表にまとめると次のようになる。

	実際の数	のべ数
正確な人数(人)	ア	ウ
およその人数(人)	イ	エ

表で「実際の数」とは、1人を1回だけ数える方法である。それに対して「のべ数」は、1人を何度も数える方法である。ウなら、例えばAさんが受験日が異なる2つの学部を受験して両方とも合格したら、この大学への合格者を2名と数える。また、エは、例えばAさんが年間3回この施設に足を運んだとしたら3人分と数えつつ、全体の数を概数で表記したものだ。

今現在、算数科・数学科の教育課程の中で、「のべ」は単位として教えられない。それにもかかわらず、データの活用では必須事項である。一つの対象を複数回カウントすることがあることやその背景を児童、生徒には伝える必要がある。

概数も悩ましい。298円を300円と言えば概数を利用しているとわかりやすいが、子供たちにとってわかりにくい概数もある。言うまでもなく測定値は全て概数である。物差しで測り取った値には誤差があり概数であるが、綺麗に作られた教材の長さを測ったら4cmとなったら、子供にはこれが概数であるとはわかりにくい。

ちなみに、物差しと定規は異なる。物差しとは長さを計量するための道具であり、定規は単にまっすぐな線を引くための道具である。「定規にも目盛りがあるよ」という声が聞こえてきそうだが、定規と言われるものは0の目盛りが道具の端に打たれておらず、長さを測るにはちょっと不便なのである。だから、「定規とコンパスで作図をしよう」と言ったときには、本当は長さを測らないことを断る必要はないのだ。

さて概数の作り方には、切り上げ、切り捨て、四捨五入があって、それぞれの使い方を現在の教育課程では学習する。切り上げられた結果から見ると元の数はそれ以下になる。切り捨てはその逆で、四捨五入は元の数はその前後に広がっていることになる。私たちが普段用いる言語には、数値を用いつつも、値の広がりにはさまざまな要素を持つものがある。例えば、次の3つを比較してみよう。これも、普段教員研修で用いる例だ。

- 1)「ご飯は18時からね」と親が子に言った。
- 2)「集合時刻は18時だよ」と教師が生徒に言った。
- 3)「仕事の終了時刻は18時です」と雇い主がバイトに言った。

同じ18時であっても、幅の持たせ方が異なっている。1)は、家の中で親が子供のためにご飯を用意している場面。18時からご飯だと言っても、前後にブレることは想定される。2)は修学旅行か何かで、夕刻18時に集合をかけている場面。このときは、18時を過ぎて行ったら怒られる。つまり、18時より前に幅がある。3)は雇い主がバイトの人に終了時刻を伝えている場面。ここでは逆に18時以前に仕事を終えたら怒られる。つまり、18時より後に幅がある。このようにぴったりの数値には大抵の場合幅があるが、その

幅は両側の場合もあれば、片方の場合もある。

日常で使う自然言語とはこういうものであって、私たちは話を聞いたり本を読んだりしたときに、それとなく判断している。社会見学時には「この城の建設にあたっては、2年に渡り30万人が導入された」などという表現も見られるかもしれない。「のべ」とも「約」とも書かれている保証はない。教科横断的な指導はこういう文脈判断にも生かされるべきだろう。

数学と言語に関しての教科横断的な指導は英語科との間でも可能である。例えば、単数と複数の区別は日本語ではそれほど気にされないが、英語だとそういうわけにはいかない。ただ、複数で書かれることによって、一つではないということも同時にわかる。例えば、手元にある啓林館の英訳版の教科書によると、三角形の合同条件は“Conditions of congruent triangles”となっている。項のタイトルが複数形になっていることで、複数あることが最初からわかる。また、一次方程式の解を表すときには“the solution”を使っているのに対して、二次方程式では“the solutions”となっていて、解が複数あることがわかるようになっている。

このように述べてはきたものの、何も自然言語や日本語に欠陥があると申し上げているのではない。以上のようなことを知った上で言語に接すれば何の問題もない。学校教員対象の研修時に、ある支援学校の教員から、障害を抱える子供の中には、上記のような数的曖昧さの残る表現の理解が難しい子がいると聞いたこともある。さらに、コンピュータで捉えるのも面倒である。以上のように、国語科や英語科との教科横断的教育の一つの方法として、あるいは他者理解や情報機器の活用の観点からも数学を活用することが可能だと考える。

8 ◆ 「このように…」や「このような…」の先に

数学は定義と公理から証明によって得られる命題を重ねて概念形成を行い、その成果を用いて問題解決に繋げていく。そしてこのプロセスは言語による。例えば命題の中には、特定のものに対しての成立を述べる存在命題とすべてのものに対しての成立を述べる全称命題がある。冒頭の元少年がこの話をずっと覚えていたのは、自分という一つの存在に対しての行為を全体に置き換えて考えさせようという点に、この数学的な背景を見たからだ。存在命題は方程式、全称命題は恒等式という形で中学校以降それとは知れずに生徒たちの目に

触れてはいるが、そういうテイストを強調せずに進んでいる。

そうなのである。徹底した数学の姿勢を貫くことは教育の場においては必ずしも賢明ではない。学習の開始が集合論になり、目的にたどり着くまでに膨大な時間を有するばかりではなく難渋さを伴う。そこで例示、図示、手続きといった手段を用いて教育する。例えば、同位角や錯角については言葉で定義する代わりに図示して、「このような位置関係」として導入する。多項式の演算については定義を与える代わりに例を通して計算の手続きを見せ、「このように計算する」といった具合で進める。これは教育的には賢明なことだ。その時点での概念定着においても有効であるし、児童・生徒にとって他者への説明方法の獲得としても意味がある。「一を聞いて十を知る」などという言葉もあるが、それは「このように…」であとは理解せよということでもあろう。人間の柔軟性ゆえ、これが可能なのかもしれない。だが、コンピュータ言語を用いて一般性の高いプログラミングを行うときには、「このように…」は通用しない。ミスなく動く一般性を担保したプログラムを作成しないといけな。そしてここには数学で培える力が役立つ。子供たちは、数学をはじめとする学習の中でさまざまな言語に触れて、言語能力を育成させるのだと改めて感じる。

数学の特徴とされていることの一つに、答えが正しいか正しくないかがはっきりしていることがあると思う。このことを数学好きの理由に挙げるものもいる。それもいいが、概念の根源に迫り、言語を持って説明するところにも数学の面白さを見出してほしいと願う。教育者諸氏においては、さまざまな言葉遣いの中で子供たちを支援していただければと思う。❖

脚注

- *1 「式」は、英訳版教科書では“expression”と表されている。まさに表現だ。
- *2 問題を作るときにも要注意だ。例えば、場合の数の問題で、「1から n までの数字が一つずつ書かれた n 枚のカードがある」などとあれば、 $n \leq 9$ だろうかと気になる。なぜならカードに10と書かれていたら、1と0の2つの数字が書かれているからだ。
- *3 数学的に言うなら、有限集合全体の集合を考え、全単射で対応がつくものを同値として、その同値類に $0, 1, 2, \dots, 9$ という数字を当てているのであって、当てられた数字は単なる名前だと思うとよからう。
- *4 小学校での関数の定義域は0以上の有理数に限られていると仮定すると、上記の教科書の定義から、 $y = ax$ という比例の式が導ける。

Ⅱ 「尺度」という概念がもたらす対話の質的向上と探究

京都産業大学附属中学校・高等学校 メディア教育部主任・情報科主任

森本 岳 / もりもと たかし

1983年生まれ、教員歴18年。大学卒業後、京都・大阪府下の私立大学附属中高勤務を経て、2016年度から現職。専門は教育工学、教育情報学。ICT機器を効果的に活用しながら対話を軸に生徒のコンピテンシーを高め、学びを深化させる仕組みについて研究している。一方で、教室空間のデザインや、教具・実習教材・教育ICT機器やサービスの開発を企業と進めたり、高等学校「情報I」の検定教科書、検定や共通テストに向けた模試や対策問題集の制作にも関わっている。



1 ◆ はじめに

今期の学習指導要領改訂で共通必修科目となった「情報I」では、プログラミングや統計データの分析などが話題になっている。その陰であり話題にのぼることはないが「情報I」になって新たに追加された「尺度水準」の単元に着目しながら本校で展開している授業の中核にある言語活動について紹介したい。尺度の概念をしっかりと理解させ、意識させることで、データ分析やプログラミングの分野だけではなく、問題解決の分野、ひいては総合的な探究の時間において、生徒同士での対話が具体化し、深く物事を考えたり、科学的に分析・検証したりできるようになるのではないだろうか。

本校では2018年告示の『高等学校学習指導要領解説 情報編』に示されている「世の中のさまざまな事象を情報とその結びつきとしてとらえ、情報及び情報技術を適切かつ効果的に活用して、問題を発見・解決したり自分の考えを形成したりしていくために必要な資質・能力を育てる」というねらいが、Society 5.0時代の探究を深める要になると考えている。情報はそもそも「判断を下したり行動を起こしたりするために必要な、種々の媒体を介しての知識」（広辞苑）であり、情報を得たり伝えるなどの言語活動と切り離すことができないのが「情報I」である。情報を得るためには、小中学校時代に社会や総合学習で培った調査方法であったり、数学で学んだグラフの読み取りやデータの分析、理科で学んだ実験の手法、国語で学んだ文献の調べ方や文章の読解も活用することになる。また、情報を他者に伝えるために文章や図に

表現したり、話す力も必要になる。これらはまさにアカデミックスキルそのものであり、探究に取り組む際になくしてはならない力である。したがって、情報の教員と、さまざまな教科の教員で構成される探究科の教員でTTを組み、高校1年生の段階で理論や方法論を学ぶ「情報I」（2単位）とその実践の場である「理数探究基礎」（1単位）を融合させた3単位の授業としてデザインし直し、理論と実践を行き来しながら体験的に学べる授業を、2020年度から展開している。

その中で1学期から夏休みを挟んで2学期にかけて行っているのが、「課題研究」という、本格的な「探究」である。生徒たちにとっておそらく人生で初めての経験であろう探究の過程において、言語活動がどのように生徒の視野を広げ、思考を深化させ、集合知を生み出すのか。そして「尺度水準」という概念が、生徒たちの対話に何をもたらし、科学的に物事を見る目を育むことに貢献しているか、本校での実践をもとに考えてみる。

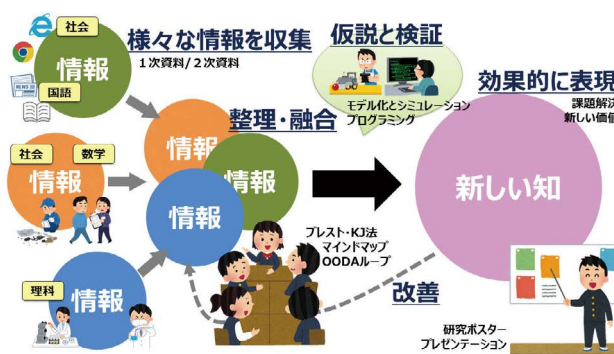


図1 「情報」とは（授業用資料より）

2 ◆ 本校における「課題研究」の流れ

本校は7割を超える生徒が併設の京都産業大学へ内部進学する大学附属校であるため、「大学の中核を担う生徒を育てること」を使命の一つとしている。したがって、1年生で実施する「課題研究」はアカデミックスキルとしてオーソドックスな研究の手順を実際に経験する中で、情報や情報技術を適切かつ効果的に活用するようにデザインしている。

① 研究領域の決定 (1学期)

“探究の質”や“探究の進めやすさ”は、最初に設定した問いの質に左右される事が多いと言っても過言ではない。探究において“自分事”として考えられる問いを内発的に生み出すことが重要である。したがって、研究領域の決定からリサーチクエストの設定までは結構時間をかけており、その間にクラスメイトとの対話を多く重ねるようデザインしている。探究には、社会的課題(理想と現実の間にギャップが生まれているもの)を相手にするものと、学術的課題(科学的に未だ解明されていない領域)について解明を試みるものがある。したがって勉強や部活で困っていることや、自他のギャップに着目している生徒がいる一方で、自然の不思議や郷土の文化や風習を研究対象にしている生徒がいたり、テーマは十人十色である。

本授業では日常的に生徒間の対話が生まれるように、授業で隣同士のペア(2人)を最小単位とし、前の席のペアと後ろの席のペアを合わせてグループ(4人)として、この中で相互扶助し合える関係性を常に築いている。スキル面で教え合う環境をつくることはもちろん、テーマ決定の際や、研究計画を立てる際など、要所となるポイントで、必ず他者の意見を聞く・アドバイスを貰うというプロセスを踏まえることを習慣化していく。自分が問題意識を持っているテーマでも、友達からすると今まで考えたこともないような事かもしれないし、逆に友達も同じ問題意識を持っているかもしれない。そういうコミュニケーションを経て、自己と他者の視点の違いを意識していく。この経験を通じて「他の見方・考え方はないか」「どのようにすればより的確に現象をはかることができるのか」「異なる情報のつながりをどう捉えるべきか」など、物事を科学的に捉えようとする態度を養う。

探究する領域の選定も、まずブレインストーミングで「困り事」や「自他の違い」、「解明したい対象」についてのアイデア

を拡散させる。最初は個人で紙に付箋でアイデアを書き出すが、それを整理したものを仲間に見せながら説明し、意見を貰いながらさらに

アイデアを足していく。その中で一番具体化できているものを、最終的には



図2 グループでの対話のようす

候補にする。

② QFTメソッドで問いを整理する (1学期)

次に候補の領域について、それらが起こる背景や原因、現在考えられている解決方法などについて疑問文(問い)を可能な限りたくさん書き出す。個人で一定問いが書き出せたら、その結果を仲間に伝え、他の見方があれば付け加える。

※ QFT=Question Formulation Technique

③ 文献調査で先行研究から問いの答えを探す (1学期)

まずは先行研究の確認から始める。QFTメソッドで出した問いについて研究している研究者はいるか、論文はあるか。CiNiiやGoogle Scholarなどで論文を当たるほか、本校の図書館に関連書籍が無いかをくまなく探す。図書館司書によるレファレンスも積極的に活用する。論文の構成や参考文献の書き方などもこのときに学ぶ。この作業を通じて、自分が調べようとしている領域のどこまでがすでに明らかにされていて、どこからが未知の領域なのかを明確にすることができる。まずこの作業をやらないことには探究は始まらない。

また、文献調査を行ってはじめて生まれる問いもあるため、新たな問いが浮かんだらQFTシートに加えていく。この作業を通じて既知の領域と未知の領域を整理し、未知の領域の中から自分が取り組むリサーチクエストを決める。

④ 統計調査で問いの答えを探す (1学期)

未知の領域についてアプローチする方法は、統計調査、アンケート調査、実験・観察である。まずは統計データが入手できるかを確認することから始める。統計データは「帯グラフ」「ヒストグラム」「散布図」など可視化して分析を行う。統計データを分析する中で新たに生まれた問いは、QFTシートに加えていく。小学校で既習の代表値や、中学校で既習のヒストグラムのほか、散布図や相関関係の単元は数学Ⅰの範囲だが、本校では情報Ⅰでこのタイミングで学んでいる。

⑤研究企画プレゼンで仲間の意見をもらう(1学期)

どのようなリサーチクエストを設定したのか、文献調査や統計調査からは何がわかり、まだ残っている未知の領域は何なのか。それをアンケート調査や実験・観察でどのように明らかにするのかを

図でまとめ、それを見せながら仲間にプレゼンを行い、さまざま

なフィードバックをもらう。



図3 研究企画プレゼンのようす

⑥研究計画を立てる(1学期)

未知の領域に対するアンケート調査、実験・観察などの計画を立てる。その計画も仲間に見てもらって、無理が無いかなどフィードバックをもらう。被験者の個々の能力差や特性が実験結果に影響しないように適正にはかる必要があるため、客観的なデータを手に入れるためにはどのようにかはるべきかを仲間と議論しながら仕上げていく。

問題解決の手順

問題が起こるメカニズムの解明		調べ学習の領域
既知の領域	文献調査：問題が起こるメカニズムに対する先行研究を調べる(論文・記事など)	調べ学習の領域
未知の領域	統計データの分析(分布・傾向や相関関係など)	
	独自アンケートの分析(人々の問題意識・傾向や相関関係・因果関係など)	
	実験データの分析(問題が起こるメカニズムを実験で確認)	
創造的な解決方法の検証		調べ学習の領域
既知の領域	文献調査：解決方法に対する先行研究を調べる(すでに試されている解決方法を整理する)	調べ学習の領域
未知の領域	実験データの分析(創造的な解決方法の効果を実験で検証、他と比較)	

図4 問題解決の手順(授業資料より)

⑦アンケート調査を行う(準備:1学期, 実施:夏休み)

アンケートはフォームを使い、「あいさつ文」「フェイスシート」「質問」の構成で作成する。誘導するような質問文になっていないか、選択肢は適切かなどを仲間にチェックしてもらう。

アンケートデータは単純集計だけでなく、ピボットテーブルでクロス集計し、自由記述のものはテキストマイニングするなどして分析を行う。客観性を担保するためにできる限り有効回答数は50以上を目指すようにしている。アンケート結果から生まれた新たな問いについても追加調査する。

⑧実験・観察を行う(夏休み)

実験・観察から得られた数値はグラフ化し、考察をまとめる。実験結果から生まれた問いについても追加調査する。

⑨スライドを作成する(夏休み)

ここまでの調査内容および結果・考察をスライドに図解やグラフでまとめ、発表原稿を作成する。

⑩リハーサルをしてフィードバックをもらう(2学期)

グループごとにリハーサルを行う。ルーブリックを基に相互評価し、点数の低い項目はどのように改善させる必要があるかをアドバイスし合う。情報デザイン的な表現についてだけでなく、はかり方や分析方法などの探究手法に至るまで、多種多様なアドバイスが飛び交う。リハーサルは夏休み明け

1カ月近くかけ3～4回繰り返す中でブラッシュアップしていく。その間にも探究は深化

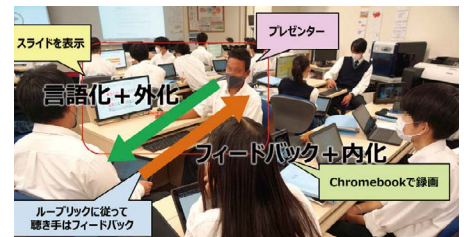


図5 4人グループでのリハーサルのようす

⑪プレゼン本番(2学期)

プレゼンはルーブリックで相互評価され、自分自身でも自己のプレゼン動画を分析し自己評価する。その後、他者からの評価やコメントと自己評価をつきあわせ、自他の間隔の乖離をチェックすることでメタ認知を促し、次の探究に向けての課題設定をレポートにまとめて一連の探究は終了する。

ルーブリックを基準にそれぞれの工程で何度も対話を繰り返すため、一人一人異なるテーマで探究しているが、いつでも相談したりアドバイスを言い合える環境の中で取り組むことができ、その環境が探究の質的向上に貢献している。

では次に「情報I」での学びが共通概念として働く状況下で、どのように生徒の対話がより科学的な知見から行われるようになるのか、についてみていく。

3 ◆「情報I」で学ぶ科学的なものの見方・考え方

「情報I」にはさまざまな単元があるが、科学的なものの見方・考え方のベースになってくる部分の一つとして、今回取り上げる「尺度水準」の単元がある。まず尺度水準とは何かを簡単

に説明する。

我々が日常使っている数値は、そのデータが示す情報の性質によって大きく質的データと量的データに分けられる。

質的データには2種類あり、一つめは1年8組の「8」のように、その数字自体に意味は無く、整理のためにつけられた記号として数値を使う「名義尺度」がある。ここでの1より2が大きいという比較は意味を持たない。一方で、カレーの辛さ(1辛, 2辛, …)や格付けサイトの星1つや星2つのように、優劣や大小関係を数値で表す「順序尺度」がある。ここでは星1つより星2つの方が評価が高いことはわかるが、星1つと星2つとの評価の差と星2つと星3つの評価の差が必ずしも等しいとは言えないなど、数値が表す内容に必ずしも比例しているとは限らない。

量的データも2種類あり、時刻や温度などのように相対的な尺度(0 = 無ではない、自然界にマイナスが存在する、24℃は12℃の2倍という意味ではない)である「間隔尺度」と、重さや長さのように絶対的な尺度(0 = 無を表す、10cmは5cmの2倍を意味する)である「比例尺度」がある。そしてこれらは単なる統計量の違いだけでなく、名義 < 順序 < 間隔 < 比例の序列があり、上位の尺度は下位の尺度の統計量を補完する関係性にある。

例えば東京タワーについて、「日本で2番目に高い」というときの“2”は順序を表し、“333m”というのはメートル法で表した建物の地上からの高さで、海拔だと“351m”である。一つの物事でもさまざまな尺度で計ることができ、尺度の違いを意識することで視野を広げることができる。

例えば、家計調査の統計データでピーマンの家計支出額(円)を見ると、京都是全国1位だが、ピーマンの消費量(g)で見ると、埼玉や沖縄、神奈川が上位で、京都はトップ3には入らない。円とgで単位を変えることで順序が変わるのはなぜなのか。これらに気づければ、目の前の物事についても「もっと違う尺度で計れないだろうか」と新たな側面を探すようになるほか、ある特定の尺度だけで物事を安易に判断してしまうことの危険性に気づけるようになる。

このように尺度の概念は、「データの分析」の分野で統計データを扱う際に、小学校で既習の単位量当たりの大きさの比較の考え方(都道府県によって人口は異なるので、10万人当たりの量を換算して比較するなど)とともに、正しくデータを読

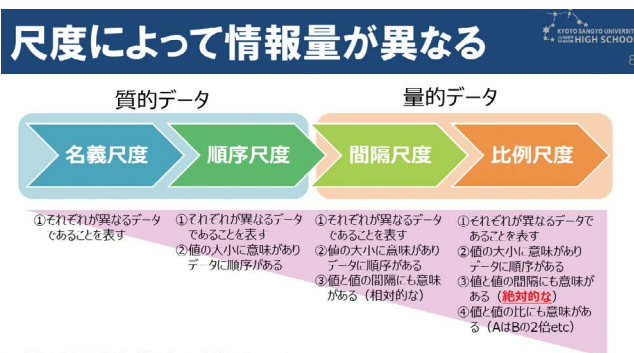


図6 尺度水準(授業用資料より)

み分析するにあたって欠かせないものになる。同じ数値であっても尺度によって捉え方が異なるため、平均を求めることに意味があるのか無いのかも含めて、知らないと感じかずに誤った分析結果を生んでしまうことがある。初学の段階で、データを見る正しい目を養うことは重要である。

またアンケート調査を実施する際には、前述の物事を多角的に捉える視点に加えて、人による感覚や価値観の差の影響をいかに最小限に抑え客観的に事実を捉えるかという点において尺度について考えておくことは非常に有意義である。例えば「カレーは好きですか?」という質問をする場合、回答者によって「好き」と判断する基準はさまざまであり、ある人はカレーをほぼ毎日食べるほど「好き」であるが、ある人はスパイスを調合してオリジナルで作るカレーにこだわっていて「好き」と答えるかもしれない。しかし、この両者の間には明らかな隔たりがある。したがって、この質問によって集められたデータは、回答者個々の主観に基づいて判断されたバラバラの尺度に基づくものであり、「自分はカレーが好きである」という自覚をどれだけの人が持っているか、ということにははかれるが、客観的に回答者の実態を捉えるデータとしては不十分である。このような尺度を回答者側に委ねた質問は、集めたデータにブレが生じているケースが多いため、客観的に正しく事実を捉えようとすると、調査者側で尺度をきちんと提示し、それに従って回答者が答えられるようにしなければならない。したがって、先ほどのアンケートの場合、さらに「どれくらいの頻度でカレーを食べるのか」「外食をした際にカレーを選ぶ割合はどれほどか」など客観的に事実を捉えられる質問が必要になる。「好き」という抽象的な概念に対して、具体的に「3日に1回、週に1回、月に3回」などといった尺度で選択肢を設定することで、調査者が尺度の主導権を握り、回答のブレを無くすとともに、どれ

ほどの頻度で食べていれば「好き」と言えるのか、など「好き」という言葉の定義を意識することに繋がる。このように科学的に分析をする際に尺度は欠かせない概念である。

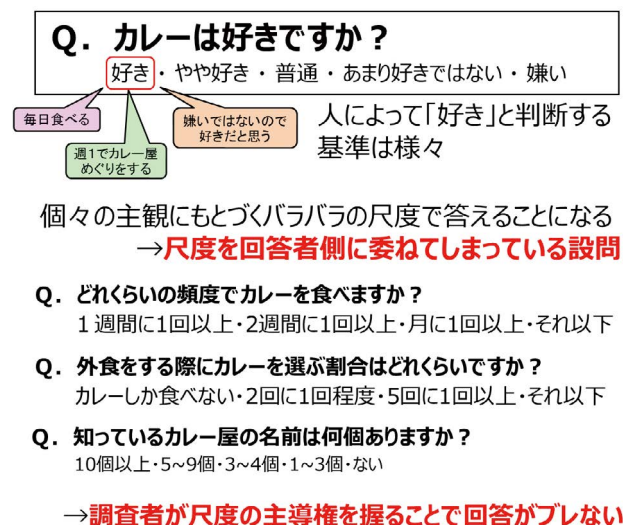


図7 アンケートにおける尺度（授業用資料より）

4 ◆ 対話における共通概念としての尺度の重要性

では、情報Ⅰでの学びが探究における対話に果たす効果には具体的にどんなものがあるのか。

本校では、課題研究の素案のブレインストーミングから、先行研究を論文や書籍での調査、リサーチクエスションの決定、アンケート調査、実験・観察、発表のすべての過程で、グループによる対話（調査者が成果を報告しそれに対し仲間から質問やアドバイスなどのフィードバックをもらう）を幾度となく繰り返し、探究の質的向上を図っている。尺度の概念をもたずに取り組むと論理的に探究を進められているか、客観的な根拠に基づいて分析できているか、をズバリ指摘できる生徒はそう多くなく、「上手く説明できないけどどこかわかりにくい」「なんだか納得いかない」など言葉にできないモヤモヤをそのまま相手にぶつけることになり、アドバイスをもらった側もどこをどのように改善すべきかが明確でなく悩むケースが散見された。しかし、尺度の概念を共有した上で対話を行うと、「他にも○○という尺度で調べてみてはどうか」「この場合は○○ではなかった方がいいのではないか」「○回食べていたら好きとするのか」など、より具体的なアドバイスが行き交うようになった。また先行研究の論文を読むにあたって、その研究者がどのような尺

度でもって検証をしているのかを確認することができる。そうすることでなんとなく読む、わかったつもり、を減らせる。

このように情報Ⅰで学んだことが共通言語として働く状況下では、考えていることをより言語化しやすくなる、的確にイメージを伝えられる（齟齬が減る）などの効果が確認できた。尺度について意識することで、言葉を定義する重要性にも気づけ、それらをふまえた上で自分の頭の中にある考えを、整理して順序立てて言語化し、他者に伝える“外化”と、自分がインプットした情報をこれまでの情報と融合させて自分の中で組み立て直す“内化”が高次元で可能になる。その反芻の中で、最初は「データ」であったものが意味を持ち、互いに結びつき「情報」になり、やがて「知恵」となる。これまで生徒たちが学校で経験する主な学びは「知識の獲得」であったが、この探究の過程で生徒たちは「概念の獲得」を経験することになる。

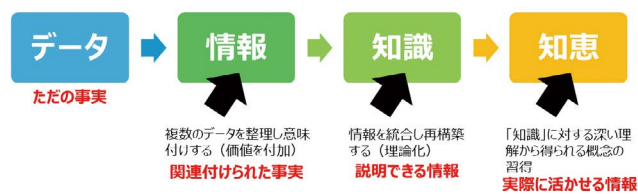


図8 データ→知恵と価値が昇華する（授業用資料より）

5 ◆ おわりに

事実をどうやって客観的に捉えるか。目の前の物事を仲間と問答しながらさまざまな視点から図り、分析・考察する。その過程で、思考を深化させ、興味を掻き立て、集合知を生み出す。その経験を通じて、問うことの楽しさに気づき、見つけることの喜びを感じ、自発的に探究するようになるきっかけが創れないだろうか。我々教員集団もまた授業創りという探究をしながら試行錯誤を繰り返している。

参考・引用

- 1) 文部科学省 (2018)『高等学校 学習指導要領 (平成30年告示)』
- 2) 新村 出編 (2018)『広辞苑 第七版』岩波書店
- 3) 森本 岳 (2019) 第12回全国高等学校情報教育研究会全国大会「情報活用能力を鍛えるプロジェクト型授業」
- 4) 森本岳 (2023) 「情報Ⅰで学ぶ問題解決をベースに展開する協働で探究力を育てるプログラムの開発」, 日本私学教育研究所 紀要 第59号
- 5) 森本 岳・牛尾 祐人 (2023) 第16回全国高等学校情報教育研究会全国大会「尺度という概念を手に入れることで各単元の学びを一段階深めることができる」

Ⅲ 自ら学び、自ら考える力の育成

～思考過程を数学的に表現する～

兵庫県養父市立関宮学園 教頭(副校長)

松井 功 / まついいさお

横浜国立大学教育学部中学校課程数学科卒 1997年より兵庫県公立中学校教諭として養父市内に勤務。2019年兵庫県数学教育会中学校部会公開授業実施。主幹教諭、現任校前期課程教頭、後期課程教頭(養父市中学校数学部会部長)を経て2024年度より現職。



1 ◆ 兵庫県養父市立関宮学園の概要

校区は、兵庫県北部但馬地域にある養父市の北西、山間部に位置し、円山川の支流である八木川の中上流沿いに集落が点在している。氷ノ山・鉢伏山を背景にスキー場があり、豊かな自然に恵まれている。轟地区杉ヶ沢高原の冷涼な気候を利用して栽培される地域ブランド「轟大根」などの農業や但馬牛畜産業、中瀬鉱山など地域の特性を生かした産業が育まれている。本校は、兵庫県但馬地域初の義務教育学校として令和2年に開校し、小学校6年間にあたる「前期課程」と中学校3年間にあたる「後期課程」を合わせた9年間を一貫して教育を行っている。各学年単学級で、児童生徒数は193名(前期課程児童数133名、後期課程生徒数60名)で、校区には34地区あるが、児童生徒不在地区が4地区ある。旧関宮町4地域にまたがるため、広範囲であり、児童生徒の約半数がバス通学である。6年生が最上級生となって学校を引っ張る小学校の学びを大切にしたいとの保護者や地域の願いや、中学校から私学へ進学する児童の存在もあり、6・3制を堅持する中で義務教育学校の強みを生かそうと取り組みを行ってきた。「前期課程(小学校)における教科担任制の推進」「後期課程(中学校)における免許外指導の解消」「義務教育9年間の連続した生徒指導・特別支援教育」「1つの学校運営協議会による地域とともにある学校づくり」を柱に、「各教科専門教職員が在籍」「小中合わせることで教職員総数の増加」という義務教育学校の強みを生かした学校運営を推進している。保護者は学校教育に関心が高く、協力的でPTA

活動にも教職員と連携して熱心に取り組んでいただいている。

2 ◆ 小中一貫教育研究の背景と概要

養父市では、平成28年度より①地域の活性化、②中1ギャップの解消、③知・徳・体の向上を「目指す教育像」とし、それに向けて小中一貫教育という手段を活用してきた。

各校区で取り組んでいる小中連携における取り組みをベースとしながら、「ふるさと教育の推進」、「9年間を見据えたカリキュラムの作成(ふるさと教育、キャリア教育)」、「相互乗り入れ授業」、「教職員の効果的な研修」等を中心としながら、教育像に迫る取り組みを進めてきた。

そんな中、平成29年1月より養父市小中学校算数・数学部会において、9年間の系統性を押えたカリキュラム表を整理し作成していった。それを基に、平成29年度より養父市小中学校授業改善実践研修(算数・数学)が開始された。これは、算数科担当の小学校教諭と中学校数学科教諭が集まり、公開授業による研修会を行うものである。また、京都産業大学理学部教授の牛瀧文宏先生を招聘し、講師助言及び講演をしていただいた。

系統性を生かした授業研究がテーマであるため、小・中学校で繋がった、あるいは跨がった分野・単元から選定し、研究授業を実施していった。平成29年度は、小学6年「図形の拡大・縮小」と中学3年「関数 $y = ax^2$ の利用」をそれぞれ公開した。それぞれ図形分野の指導における観点と小中の繋がり、中高と繋がる関数分野の系統性を相互理解しながら研鑽を深めた。しかし、実際に小学校算数指導から中学校

数学指導にどのように繋がり、深められるのか、そのための指導の重点ポイントは何かを感じ取るためには、それぞれの公開がバラバラの単元では浅く広くになるため、効率的ではないとの理由により、翌平成30年度は、分野を揃え、単元内容の繋がりが感じやすいものとして、『比例』の指導に絞って実施することとなった。小学6年「比例と反比例（学びをいかそう 比例を使って）」と中学1年「変化と対応（比例）」を扱った授業を公開した。

3 ◆ 系統性を踏まえ言語活動を重視した 取り組み事例

(1) 中1「変化と対応」での実践事例

比例・反比例については、小学校では、身の回りの事象の中から身近な例を取り上げ、伴って変わる2つの数量の関係として取り扱っている。

中学1年では、小学校算数科の学習を基に関数関係についての内容を一層豊かにし、具体的な事象の中から伴って変わる2つの数量を取り出して、その変化や対応の仕方に着目し、2つの変数 x 、 y で表し、 y が x の関数であることの定義を行った上で、比例・反比例へと進んでいく。

比例・反比例の学習は、日常生活における数量を関係的に探究する基礎となるものである。これらの学習においては、一般的、形式的指導に留まるのではなく、具体的な事象を通して、関数関係を見だし、表現し、考察する能力を培う。また、数の拡張や関数の概念を基にして、小学校算数科で学習した比例・反比例を関数としてとらえ直すことも必要である。

このときの学級の生徒は、事前にとった数学アンケートによると、「算数・数学は将来の役に立つ」とほとんどの生徒が有用性を感じていた。また、「算数・数学は好きである」、「問題を解くのは楽しい」と教科に対する意識は肯定的で意欲的ではあったが、理解力に差があり、「算数・数学は苦手」と感じている生徒は38%いた。市内の中学校では、ほぼ全学年で単元ごとに希望制による習熟度別少人数授業を展開しており、基礎グループ(A)と標準グループ(B)に分かれている。1年生も1、2章は全体授業で行っていたが、「3章 方程式」の単元から分かれて行っていた。授業に対しては、どちらかといえば、「楽しい」「よくわかる」と多くの生徒が捉えており、アプローチの工夫により、生徒の興味・関心が高

まってきているようすが実感できた。少人数授業の特性を活かし、日頃から自分の考えを発表したり、わからないところを互いに教え合ったり、話し合ったりする場面を多くとるようにしていたため、それが定着してきているようすもアンケートからうかがえる。小学校からの指導もあり、既習事項や用語を用いて説明を加えて伝えようとする姿勢が育ってきっていたが、発表者やグループ活動の役割がやや固定化してきている現状もあった。

このとき、私は授業者として、身の回りのさまざまな数量関係を表、式を用いて調べ、比例関係か否かを判断する方法を説明させ、理解を深めさせられるよう展開することを試みた。その際、小学校からの学習の系統性を踏まえ、関数の定義の定着、数の拡張を実感させ、その意味を捉えさせ、単なる機械的なものではなく、身の回りの生活に即した数学を捉えさせるよう工夫して、題材を準備した。具体的には、一つめに、高度が上がると気温が低下していくことに着目し、比例定数が負の数になる事例を与えた。次に、時間軸に着目し、ある基準の時刻から x 分後の水量の増加量を y Lとすることで、変数が負の数に拡張する状況を自然に捉えさせるようにした。生徒たちは定義域が負の数になり、それに伴って値域も負の数になることを自然に受け止めることができていた。そして、この工夫により、生徒は小学校での既習事項を踏まえながら、ごく自然に2つの変数の数量関係に着目し、表や式に整理し、比例の性質を見いだすことができた。さらに、それを学び合いの場面（集団思考）をつくることにより、その気づきを自分の言葉で表現し説明する活動に繋げることができた。本時の終盤には、学習の深化を促すため、作問活動を通して、生徒の問題に対する意欲を喚起することで主体的な学びに繋げようと試みた。生徒の表現力の課題を高めるため、小グループ活動と全体共有の場面を取り入れるとともに、わかりやすく説明する場面を意図的に設定した。そうすることで、その力が高まるような授業づくりを進め、対話的な学びが行われるよう工夫し、一方で、つまずきのある生徒に細かに対応していくことに注意して授業を構成した。なお、数を拡張し、負の数が表す意味を捉えさせる学習活動の場面ではICT機器を利用し、視覚的に効果的かつ効率よく学習活動が進むような工夫を行うことで、数学に苦手意識を持つ生徒にも変化のようすを捉えやすくなるようにした。

生徒の活動	指導上の留意点【●評価】	キャリア教育の観点
1 既習内容を確認する。 ①関数の意味を確認する。 ②比例の定義・性質を確認する。	・本時に必要な既習事項を想起させる。 ●関数の意味、比例の定義や性質が理解できている。【知・理】	
2 本時の目標（めあて）を確認する。 本時の目標：比例やいろいろな関数の関係を見つけ、問題をつくろう。		
3 問1・2を考える。 問1 y は x に比例していますか。その理由も説明しよう。 気温は地上から1km上昇するごとに 6°C ずつ下がります。地上の気温が 0°C のとき、地上から x km上空の気温は、 $y^{\circ}\text{C}$ である。	・前時の学習を参考にして、表や式から判断して、比例になることを説明できるようにさせる。 ・比例定数が負の数になることに気づかせたい。 ・小学校では0と正の数の範囲で比例を考えてきたが、ここでは比例定数が負の数にして考えることができること、変数を負の数に拡張していることに着目させる。 ●具体的な事象の中で、比例の式を求めることができる。さらに、比例についての知識・技能を活用することができる。【技能】 ●比例定数や変数を「負の数」に拡張させたときの意味を理解することができる。【見方・考え方】	◎情報の理解・選択・処理 :C ◎自己表現、意見を聴く力:A ◎本質の理解 :C
・個人思考 ・表、式のどれを利用して調べていくか見通しをつかせむ。 ・学び合い(集団思考)…表現活動 ・小グループ内で、考えを伝え合う。 ・小グループごとに発表・説明する。 ・教師の説明を聴く。		
問2 水そうに毎分5Lの割合で水を入れ続けています。「10時を基準」にして、 x 分後には水そうの中の水の量が y L増えるとするとき、その関係を調べよう。	・次の「問題づくり」活動へと展開していくための前段階なので、小間を活用し、短時間で確認させる。 ・小学校では0と正の数の範囲で比例を考えてきたが、ここでは変数を負の数に拡張していることに着目させる。 ・既習の知識として、「正の数・負の数」の表し方と「負の数の意味」を確認させる。そこから、「負の数」への数の拡張と負の数を含めた表の作り方に繋げていくようにする。 ●具体的な事象の中で、比例の式を求めることができる。さらに、比例についての知識・技能を活用することができる。【技能】 ●比例定数や変数を「負の数」に拡張させたときの意味を理解することができる。【見方・考え方】	◎情報の理解・選択・処理 :C ◎自己表現、意見を聴く力:A ◎本質の理解 :C
・個人思考 ・学び合い(集団思考)…表現活動 ・小グループ内で、考えを伝え合いや考えの共有をする。 ・教師の説明を聴く。		
4 既習事項をもとに、課題を考える。		
☆ これまでの学習を参考にして、身のまわりの数量から「 y が x に比例する」かを確かめるいろいろな問題をつくってみよう。また、つくった問題の解答例をつくってみよう。	・問題づくりに困っている生徒には、これまで扱った問いなどの一部を変えてつくってもよいことを助言する。 ・「比例」の関係になる問題だけでなく、「比例」の関係にならない問題も考えさせる。 ・学び合いでは、聴く側が全員わかるように説明を工夫するように助言していく。 ●既習の知識や技能をどのように活用して問題をつくったのか、数学的な表現【表・式・用語】を用いて説明できる。【見・考】	◎自己表現、意見を聴く力:A ◎本質の理解 :C
・個人思考 ・ワークシートに「作成問題と解答例」をまとめる。 ・学び合い(集団思考)…表現活動 ・小グループ内で、考えを伝え合う。 ・グループ全員がわかるように問題提示の工夫をし、発表する。 ・グループ内で提示された問題の中から1問選び、ホワイトボードに記入して黒板に提示する。	・各グループから提示された問題を解き合うことで共有化を図る。 ・既習の知識や技能の多様な活用の仕方を共有する。 ●様々な事象の数量関係に注目し、数学的に考え、表現することに関心を持ち、意欲的に問題をつくり活用しようとしている。【関心・意欲・態度】	
・個人思考 ・他のグループの問題を解き、関係を調べよう。 ・学び合い(共有)…表現活動 ・各グループは解答例を発表する。		
5 本時の振り返りを行い、振り返りシートを記入させる。	・1時間の授業を振り返らせ、学習に対する自分のとりくみの様子と学習内容を確認させる。 ・既習事項を活用して、新たな問題をつくり、解き合うことで、知識や技能の多様な活用の仕方を共有することができたことを確認する。【振り返り】 ・表や式を用いて論理的に考え、説明できたことを評価する。	

図1 指導案：展開（中1「変化と対応」）

「文字と式」を扱う指導については、言葉の式から文字式へ転換するために、小学校低学年から指導すべきこととして、①言葉の式をつくらせる、表現させる機会の設定（面積などの公式などは有効）、②『〇〇だから、△△です。』と因果関

係を日頃から意識させた発表のルーティーン化があるように考える。また、きまりを見つめる学習を率先して扱い、気づいた児童生徒にそれを伝えさせる場面を多くつくることで、言語力の育成に繋がる。また、学年が上がるにしたがい、対応に着目させ、それらを説明するのに、表、式、グラフなど、さまざまな提示の工夫により、伝達のしやすさを実感させることで、表現力が培われると感じる。児童生徒の日常の場面を扱い、小学校段階から、関係を捉えることや変化を捉えることが重要であると考え。



図2 中学1年 数学「変化と対応」の公開授業のようす

(2) 小5「台形の面積」での実践事例

令和4年度の養父市授業改善実践研修算数・数学部会において、養父市立伊佐小学校の片岡陽一教諭による小学5年算数の公開授業が実施された。題材は、図形領域から「台形の面積」を扱った授業で、以下の2点を研究協議として事前に掲げ、実践された。

①児童が見つけた図形の面積を求めることは、児童の学習意欲向上につながっているか。

②公式をつくるときに、他の言葉に置き換えることは、「上底」「下底」などの言葉の理解につながっているか。

公開授業が実施された学級の児童は、令和4年4月に実施された学力調査では、複合図形を正方形や長方形といった既習の図形の組合せであるという見方が6割程度と十分でなかった。また、面積についての単位と測定の意味を理解することが難しく、教室のおよその面積などの大きさについての感覚が持っていない児童が多くいるなど、図形に関する理解度が低く、苦手になっている児童も多いという課題が見られた。さらに同調査の結果からは、主体的に学習に取り組む態度のスコアが低いことも明らかとなっていた。今学習していることが次に何の学習に繋がるのかという系統性や日常生活

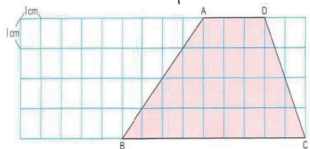
	学習活動	指導上の留意点
問題の把握 (5分)	1. 本時の課題をつかみ、見通しを立てる。  ・気付いたことを発表する。 (予想される児童の反応) 既習の面積公式 長方形・正方形・三角形・平行四辺形 求め方 ①長方形を変える ②2倍して半分 ③三角形に分ける AD=3cm, BC=9cm ・全体のめあてをたてる。 「分かっていること」(既習)「どうすればできそうか」(方法)「今までの学習とのちがひ」(未習)を分類して黒板にまとめる。 台形の面積の求め方を考えて、公式をつくろう。	
自力解決 (5分)	2. 各自で考える。 ・実寸大の台形の図を4枚配り、自由に切ったり組み合わせたりさせることで、台形の面積を工夫して求められるようにする。 ・面積が求められた児童には、求め方の説明を考えさせる。	
話しあい (20分)	3. 全体で検討し、考えを深める。 ・予め発表者を決め、拡大した図に補助線を引くなど、発表準備をさせておく。 ・発表者の考えと自分の考えを照らし合わせながら、質問や付け足しを考えさせる。 ・発表内容をペアで確認し、確実に理解できるようにする。	
まとめ (5分)	4. まとめる。 ・台形の面積公式を考える。 ・倍積変形の考え方から公式を導くようにさせる。 ・「上底」「下底」「高さ」という用語を知らせ、高さになる直線は必ず、上底と下底に垂直になっていることをおさえる。 ・「上底」「下底」「高さ」の言葉が児童から出たときは、台形を90度回転させるなどして、「上の辺」「下の辺」など誤解しないようにさせる。 台形の面積 = $\frac{(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ}}{2}$ (平行な2つの辺の和) × その間の幅	
練習問題 (5分)	5. 適応題に取り組む。 児童が見つけた台形の面積を求めろ。 (時間があれば教科書の問題に取り組む。)	・児童が見つけた台形の写真を示し、長さを確認する。必要な長さを選んだり、足りない長さを補ったりして考えさせる。
ふりかえり (5分)	6. ふりかえりを書く。 (期待する児童のふりかえり) ・台形を平行四辺形の半分と見ると、平行四辺形の面積公式を使って、台形の面積を求めることができた。	・本時の学習で分かったことや大切だと思ったことをノートに書かせ、時間があれば数名に発表させる。

図3 指導案：展開(小5「台形の面積」)

との関わりが見えにくく、見通しをもって学習ができていないことが要因の一つと考えられた。

そこで、既習の面積公式に帰着して考え、新たな面積公式をつくり出す過程で、図・式・言葉を結び付け、根拠を表現しながら、自分の考えを説明する活動を大切に扱った指導を展開された。そして、具体物を用いた操作活動やペアやグループによる交流活動を位置付け、自由な発想を引き出し、それらを共有することで深まりを生む工夫をされていた。公式をつくる時には、底辺や高さの関係の理解を深めるために、数学の用語を厳密に捉え、その用語を使って表現することも大切に指導された。



図4 小学5年 算数「台形の面積」公開授業のようす

事後の協議では、「児童は学習した用語を使って表現しようとしていた」「児童が自分の言葉でしっかりと考えを発表していた」といった感想が多数出された。また、「身近な図形を使い、広さ比べをする(比較)方法もあるかもしれない」「『÷2』の意味について、もっと掘り下げさせても良かったのではないか」「『他の言葉に置き換える』ということの事前提起があったが、上底・下底という用語で一般化した後での逆の動きは混乱を招く恐れがあった。自分なりの表現で説明させた後に、上底・下底という用語でまとめることで、学習のまとめとなる。」といった意見が出された。講師助言では、「なぜ? どうして?」と対話による検討を行うことは、学習の深まりを生むだけでなく、対等な関係性を体感する道徳教育にも繋がるのご指導をいただいた。

(3) 校内研修での実践事例

本校では、令和3,4年度に「義務教育学校の強みを生かし、9年間を見据えた教科指導力の向上を図る～ICT機器の有効的活用を図る～」という研究主題の下、校内研修に取り組

んだ。その中の算数・数学部会では、さらに「用語を用いて言語活動を行う授業の構成」を部会テーマとして掲げ、授業研究を実践した。令和4年度は、前期課程2年「長さ」の授業と後期課程9年「関数 $y = ax^2$ の利用」の授業を公開し、研鑽を深めた。



図5 前期課程2年 算数「長さ」公開授業のようす



図6 後期課程9年 数学「関数 $y = ax^2$ の利用」公開授業のようす

2年生の算数では、ものさしを使って、「カエル跳ばし」の記録を正しく測る授業が行われた。発達段階を踏まえ、小黒板に定型文を用意することで、児童は適切な表現による伝達方法を習得することができた。児童の発言に、「長く跳んだ」と時間の表現と混同するものがあったが、指導者側が意図的に「遠く跳んだのは…」「いっぱい跳んでいるね」と距離の表現で修正指導することが事後研究の意見として挙げられた。書画カメラとモニターの活用により測り方のようすを児童も実感でき、学習の共有がなされていたこと、児童に導入でどれが一番遠くまで跳んでいるかを予想させ、ふりかえりで「予想と違った」と実感からの学びが引き出されたことは素晴らしい。児童がカエル跳ばしという遊びを通して、算数活動の取り組みに結びつけた実践は、教科横断的に児童の学びに主体性を生み出しており、さらにそのことで対話が活発に行われ、能動的な学びと言語表現の工夫に繋がる理想的な学びの空間を生み出していた。

9年生の数学では、制動距離を扱うことで、身近な事象か

ら関数関係を見だし、問題解決を行う授業が行われた。速さと制動距離に関数関係があるのか、それにより危険は回避できるのか否かを、データを基に、グループ活動で「まなびポケット」の発表ノート機能を活用してプレゼン発表した。多様な視点・切り口からグループで自由に表現がなされていた。

4 ◆ おわりに

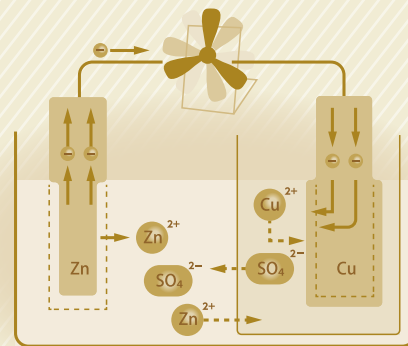
単に知識や計算スキルを身につけるだけでなく、思考力を高めるためには、「得た知識をどう活かすか」「既習事項をどう発展させるか」などといった視点で指導者も生徒も課題に向き合っていないと思考力は培われなと感じる。一方で、いたずらに発展課題を提示することで難しく考えることが思考だとするような取り組みでは、子供たちは拒否反応を示し、理数嫌いを助長することに繋がりがかねない。身の回りの題材を通じて、親近感と関心を持って課題に向き合う工夫が大切であり、それにより、素朴な疑問「なぜ？ どうして？」や「これって、本当に正しいのかな？」「視点や条件を変えたらどうなるかやってみよう」などといった好奇心をくすぐることにより、活用力や思考力は育まれる。そして、そのときに大切になるのが、対話であり、それをつなぐのが言語・表現力である。「数学的に考える力」は、「数学的な思考力」と「数学的な表現力」から構成されており、両者は相互補完の関係にある。そして、「数学的に推論する」とことと「一般化する」ことは、課題を解決・発展させていく上で欠かせない活動である。他者に伝達する際、数学的な思考を整理・洗練する過程で、思考の可視化が必要と感じるようになり、そのためにも、自分なりの言葉で表現する活動を大切にさせながら、一方でそれを適切に表現・伝達する道具として用語や記号、図や表の必要性や利便性を体感させていくことが必要である。言語・表現力の高まりは、論理構成力、データ分析力などに結びつくものであり、「深い学び」や創造性を育む重要なキーとなると考える。我々は、帰納的な考え方をもとに仮説を立てたり、推測したりすることで、一般化を追求し、根拠を明らかにして演繹的に説明する児童生徒の姿を目指している。そのことに注力し、授業場面で、教師も児童生徒たちも言語活動を通して、互いにそれらの力を育んでいくことを一層大切にしていきたい。



【第4回】

理科の授業に登場する電池

ー電極について



東京学芸大学 教育学部自然科学系 教授

鎌田 正裕 / かまた まさひろ



1959年生まれ。京都大学大学院時代の専攻は原子核工学で、もっぱら熔融塩系の電気化学を専門とした。京大助手、鳥取大学助教授を経て東京学芸大学に異動した後は、授業で使える実験教材やものづくり教材の開発に取り組んできた。これまでに、高等学校理科（化学、理数探究）の学習指導要領の改訂・作成作業に関わるとともに、小学校理科、中学校理科、高等学校理数探究基礎の教科書の執筆にも関わってきた。大学院の授業では、科学と非科学の違いを考えさせるために、オカルト科学（擬似科学）を題材に科学の素晴らしさを次の世代に伝えることを目指している。

はじめに

前回までの3回で身近な電池の特徴やそれを用いたいくつかの実験を紹介してきましたが、ここで少し中学校の理科や高等学校の化学に登場する電池を取り上げたいと思います。今回はその準備として電池の「電極」について解説します。電池の「電極」と聞くと、亜鉛のような金属板や乾電池に使われている炭素棒を思い浮かべる人が多いと思いますが、ここでは、改めて電極の構成要素や働きについて確認します。少し地味な内容ですが理解できると、次回以降のお話、特にボルタ電池やダニエル電池の特徴がぐっとわかりやすくなるはずなので、ぜひ頑張って最後までお読みください。

電極の構造

定義というほどではありませんが、電極の働きを一言でまとめると、「電池にとっての電子の出入り口」となります。あるいは、「放電時に電気化学的な反応が起きる場所」と言ってもよいのかもしれませんが。いずれにしても、電子が実際に出入りでき、電気化学的な反応が起きる

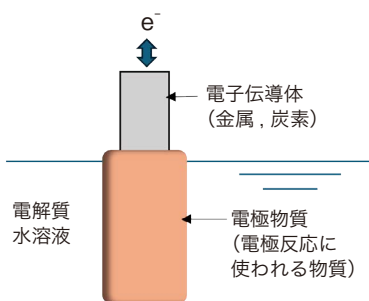


図1 電極の構成要素

ためには、電子の通り道（金属や炭素）と電極反応に使われる物質（電極物質）は不可欠で、これがイオン伝導体（普通は電解質水溶液）に接している必要があります。このことは、電池の電極に限らず、電気分解で使う電極についても同様です。2本の電極からできたセルを考え、電流を流す際にエネルギーが得られればそれは電池で、逆に電流を流すのにエネルギーが必要なら、電気分解ということになります。

いろいろな電極

先ほど、電極には電子の通る部分と電極物質が必要と述べてきましたが、亜鉛板のように、電流を流すものがそのまま電極物質になっている場合もあります。ダニエル電池やマンガン乾電池の負極がそのわかりやすい例だと思います。

図2には、硫酸銅水溶液に浸した銅板を示してありますが、この電極では外部から電子を流し込むと電極表面で、



なる反応が進み、逆に外部へ電子を取り出すと、



なる反応が進みます。そして、電子が移動しないとき（要するに電極が回路につながれていないと

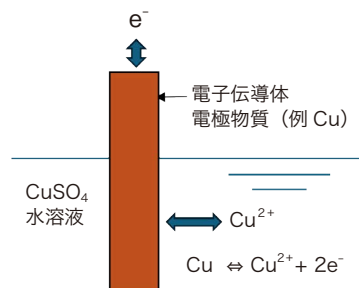


図2 金属 (Cu) のみからなる電極

き)は、電極上で以下の平衡が成立していると考えられます。



次に、金属（あるいは炭素）と電極物質からなる電極を考えてみましょう。具体的には酸化銀電池やマンガン乾電池の正極がこれに相当します。図3は酸化銀電池の正極です。ここでは電子伝導体を棒状のもので表していますが、よく目にするボタン形の酸化銀電池では、酸化銀が金属製の正極缶に詰め込まれていますので、正極缶が同図の電子伝導体に相当します。この金属は、マンガン乾電池の炭素棒と同様、電気を流すだけの働きで、電極反応にはまったく関与しません。したがって、これらの部品は電極の一部に違いありませんが、集電体という名前で電極と区別して扱われることも少なくありません。

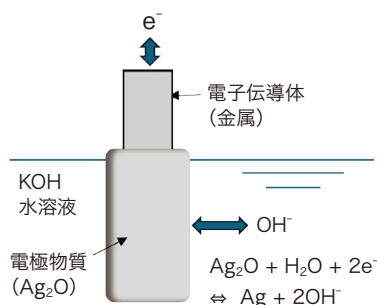


図3 電極物質が酸化銀の場合

さらに別のタイプの電極に、電極物質が電池の外部から供給されるものがあります。代表例は、水素酸素燃料電池のように気体（電極物質）を電極に送りこんで反応させるものです。

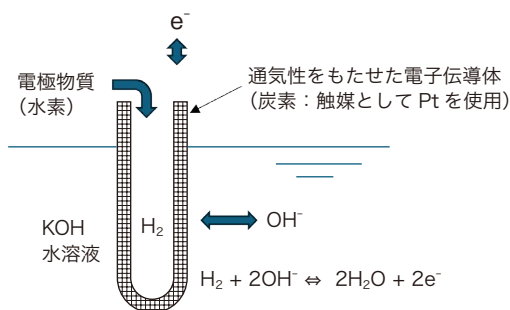
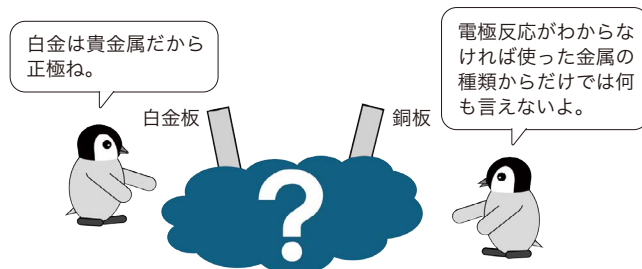


図4 電極物質が気体（水素）の場合

このような電極では、炭素や金属は電流の通り道であると同時に電極反応を進行させるための触媒を保持する役割をしますが、それ自身が反応によって別の物質に変化することはありません。以前お話しした空気亜鉛電池の正極も、触媒である二酸化マンガン金属のメッシュ上に固定し、これに空気中の酸素を送り込んで反応させるものなので、図4に示した電極のひとつです。

長々とした説明になりましたが、ここで皆さんに理解し

てほしかったことは、電極＝金属の板ではなく、電極には反応に寄与する電極物質が含まれること、そして、電極物質は、必ずしも電極と一体構造ではなく、外部から供給されることもあることです（上の例では、気体のみを扱いましたが、電極物質が液体のものもあります）。また、電極反応がひとつの可逆な反応で表せれば、その電極は電流を流していないときに安定な電位（平衡電位）を示すことになります。このことは、平衡電位は電極物質の種類や濃度だけではなく、電解質水溶液中に含まれる物質の種類や濃度にも依存することを意味します。電極金属の種類だけで決まっていた電極の電位が、実は、電極反応式に登場するすべての成分に依存すること（炭素は電極反応式に登場しないので、電極の電位には影響しない）ことをここでしっかり確認しておいてください。



平衡電位について

話を最初に紹介した銅電極に戻しましょう。銅電極の平衡電位は、電解質水溶液中の Cu^{2+} の濃度に依存します。いま、 $\text{Cu} = \text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^-$ が平衡にあるとき、 Cu^{2+} の濃度を高くとしようとすると、それを打ち消すように平衡は左に傾きます。これによって金属中の電子 e^- の濃度が減少するので、銅の電位は高くなります。逆に、銅イオンの濃度を下げると、銅が溶けだす方向すなわち右に平衡が傾くので、今度は銅の中の電子の濃度が大きくなり、電極の電位は低くなります。式で表すと、濃度の代わりに活量 a を用いて、電極の平衡電位 E は

$$E = E^0 + (RT/2F) \ln a_{\text{Cu}^{2+}}$$

(R : 気体定数, T : 温度, F : ファラデー定数)

と書けます。この式中の E^0 が標準電極電位で、この値が大きいほどイオンになりにくい金属であることを意味します。読者の皆さんの中にも、イオン化傾向を習った人は多いと思いますが、イオン化傾向は代表的な金属を、 E^0 の値の小さなものから順に並べたもののことです。

電流を流したときの電極の電位

これまで述べてきたのは、電極に電流を流していないときの話ですが、ここからは電極に電流を流したときの話です。電極に電流を流そうとすれば、当たり前ですが必ずもう一つ電極が必要となります。いま注目している電極を作用極、作用極に電流を流すためのもうひとつの電極を対極と呼ぶことにします。ここで、両極間に流す電流の大きさを制御しながら作用極の電位を測れば、流す電流の大きさによって作用極の電位がどのように変化するか（分極特性）がわかるはずなのですが、作用極の電位を測るためには、何か基準となる電位が必要です。対極を基準にして作用極の電位を（要するに両極間の電圧を）測定すればよいように感じるかもしれませんが、対極にも電流が流れているので、得られた電圧変化が作用極の電位の変化で生じたものか対極の電位の変化で生じたものかを知ることができません。そこで、通常は、電位を測定するだけの目的で、電流を流さない電極（参照極）をもう一つ入れ、図5のような装置を組んで、作用極の分極特性を調べます。

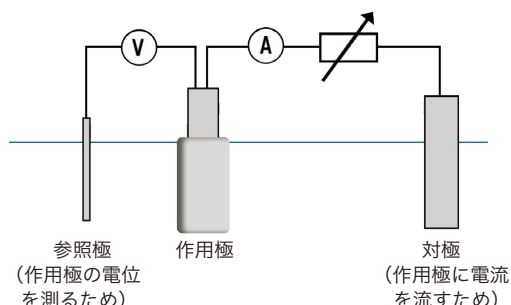


図5 電極物質が酸化銀の場合

図6には銅電極を用いて測定した電流と電位の関係を示します。ただし、この図は概念を示しただけで、実測結果ではありませんので、そこはご承知おきください。縦軸が作用極の電位で、横軸が流した電流の絶対値です。作用極の電位が平衡電位より高いときに流れる電流と、低いときに流れる電流は、正負が逆になるので、それを同じグラフ上で比較できるようにするため、横軸は電流値を絶対値で示しています。

電位が高くなるにつれて、上向きに上昇してくる曲線がアノード分極曲線で、電極では銅の溶出が起きています。また、逆に電位が下がるほど下向きに下降してくる曲線がカソード分極曲線で、先ほどとは逆の反応が起きています。

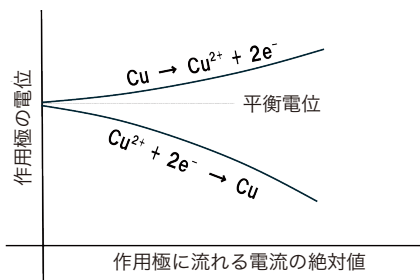


図6 銅電極の電位と電流の関係（分極特性）

銅樹の成長

硝酸銀の水溶液に銅片を入れると銅が徐々に溶けだし、銀が樹状に析出する写真がよく教科書などに登場しますが、硫酸銅水溶液の中に亜鉛の金属片を入れると、今度は亜鉛が溶けだして銅が析出します。この現象を先ほど示した、電位と電流の関係で表してみましょう（図7参照）。

◎アフロ

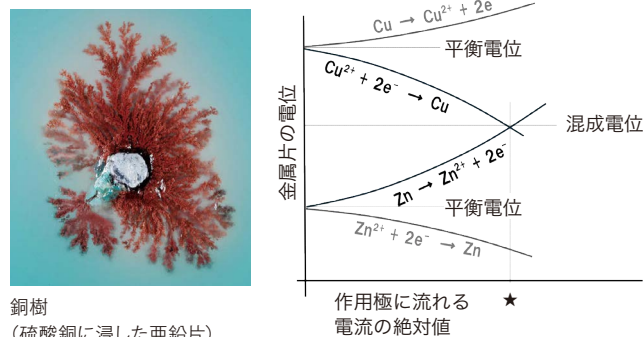


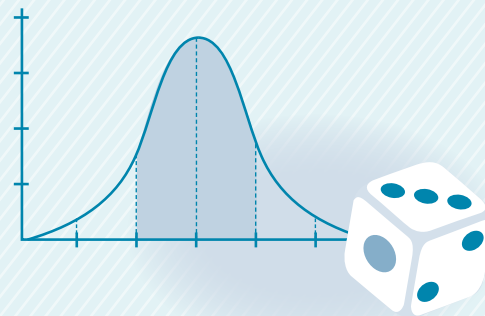
図7 金属樹の成長速度と混成電位

亜鉛が溶けだすと同時に銅が亜鉛片上に析出しますので、これを電氣的に接続された銅電極と亜鉛電極からなる系に見立てて、各電極の挙動を考えます。亜鉛片の電位は、電流の増加とともに上昇し、逆に銅片の電位は、電流の増加とともに下降します。ここでは銅と亜鉛は電氣的につながっているので、ある1点で両者の電位は一致します。電流の大きさが電極反応の速さを表しますので、このときの横軸の電流値★が銅と亜鉛の析出・溶解速度（銅樹の成長速度）を表し、縦軸の電位が成長中の金属樹の電位、すなわち混成電位を表しています。混成電位は平衡電位のように安定ではなく時間とともに変化します。この変化は単に Cu^{2+} や Zn^{2+} の濃度変化だけではなく、両金属片の表面積の変化にも依存し複雑ですが、図7のように考えれば金属樹も短絡した電池として取り扱えることがわかっていただけたと思います。

次回は、今回の話を使って、なぜ最近の教科書でボルタの電池が登場しなくなったのかを解説したいと考えています。❖

【第5回】

確率：可能性を測るツール



東京大学 名誉教授

松原 望 / まつばらのぞむ

Ph.D. (スタンフォード大学)。1942年生まれ。東京大学教養学部基礎科学数学コース卒。統計数理研究所研究員、スタンフォード大学大学院博士課程、筑波大学社会工学系助教授、エール大学フルブライト研究員、東京大学教養学部・大学院総合文化研究科教授、同新領域創成科学研究科教授、上智大学外国語学部教授、聖学院大学大学院政治政策学研究科教授を歴任。著書には東大教養部統計学教室（編・著）『統計学入門』（東京大学出版会）、『わかりやすい統計学：データサイエンス基礎』（丸善）、『社会を読み解く数理トレーニング』（ペレ出版）、『計量社会科学』（東京大学出版会）、『意思決定の基礎』（朝倉書店）、『ゲームとしての社会戦略』（丸善）、『入門確率過程』（東京図書）、『入門ベイズ統計』（創元社）、『はじめよう！統計学超入門』（技術評論社）、『ベイズの誓いーベイズ統計学はAIの夢を見る』（聖学院大学出版会）など多数。

可能性と緊急の場

世の中や私たちをめぐる世界は決定論的ではなく、白か黒かのどちらか一通りに決まっているわけではありません。将来のことはもちろん不確定で、無限の可能性があります。現在のことでさえ、ものごとはよく見ると、完全にわかっているとは限りません。数学者が敬遠する哲学的議論かもしれませんが、そこは意外に発展もあります。例えば、ほんの一例として「地球温暖化」の現象を取り上げてみましょう。これはふつう定まった事実と誰も疑いませんが、実は意外なことにこれには異論や反対論があって、トランプ前アメリカ大統領が真っ向から否定したことは知られています。このように、たいいていの大きな現象は対策が難しい以前に、それが本当に真であるかどうか完全にはわからないものです。いずれにせよ意思決定の情報が必要です。

そこで「確率」の出番です。地球温暖化が確定するまで待っていては手遅れで取り返しがつきません。よって、重要な場合は先手を打って大方の「可能性」のまま見切り発車することが人の知恵とされ、当然反対論への説得としては言い切らないことで理解を求めます。確率は決定的に重要な役割を果たすのです。

地球温暖化に関する国際的諮問助言機関である科学者などの専門家グループ「気候変動政府間パネル」（IPCC）も5～8年サイクルで報告書を出しますが、結論の発表に毎回必ず表1、2による「可能性」の高さの尺度を付けて加盟国に対し科学的警告を与えることになっています。すなわち、地球温暖化は現在の科学的水準から完全に確定しているわけではありませんが、その確度は高いのです。日本ではこの言い方の仕組み自体に対する認知度が低く、国際標準である「確率発想」が日本の数学文化から締め出されているように感じら

表1 可能性の表示

用 語	結果の可能性
ほぼ確実 (virtually certain)	99–100%の確率
可能性が非常に高い (very likely)	90–100%の確率
可能性が高い (likely)	66–100%の確率
どちらも同程度の可能性 (about as likely as not)	33–66%の確率
可能性が低い (unlikely)	0–33%の確率
可能性が非常に低い (very unlikely)	0–10%の確率
ほぼあり得ない (exceptionally unlikely)	0–1%の確率

表2 適切な場合には、以下の追加的な用語も用いる。

用 語	結果の可能性
可能性が極めて高い (extremely likely)	95–100%の確率
どちらかと言えば可能性が高い (more likely than not)	50超–100%の確率
可能性が極めて低い (extremely unlikely)	0–5%の確率

表出典 ニッセイ基礎研究所*1

れます。これらの確率は確率論という「主観確率」で、重要なことがらを論じる人の確信から来るものとして反論はできないものです。こういう言い方も確率の用法です。どうですか、意外ですか？ 数学者の中にもこれは重要と考える積極的な考え方もあります*2。

可能性の数表現

さて、数学でいう「確率」とは「可能性」の大きさ（逆に言うと小ささ）の程度を数で表現する一手段ですが、初等・中等教育の数学の中では0～1として、概ね「場合の数」から計算すること自体が目的として求められています。それも悪くはありませんが、実際にはこのような計算ができる場合は極めて限られ、こういう計算が方法として広く現実役に立つことは少ないでしょう。一口に「役に立つ」と言いますが、微積分や方程式は日々の生活の場で皆が直接利用するという役立ち方ではありません。ところが、確率は役立ち方が直接的で現場的です。

実際、古来歴史的に言うなら、あくまで厳密な計算よりも、仕事の中で（例えば、商売や取引引きの中で）十分に通用していた素朴な可能性の算法が本来で、言い方も「見込み」と言い、計算も数学より算数と言ってよいものでした。次の問はどうでしょうか。

問（起業）成功すれば100万円の利益、失敗すれば130万円の損失になる計画があります。成功の見込みは7対3です。この計画は起業する価値があるか、期待値を計算し、将来予測をしなさい。

答（ベルヌーイ）100，－130，7，3から、

$$\frac{7 \times 100 + 3 \times (-130)}{7+3} = 31 \text{ (万円)}$$

で、期待値は31万円になります。プラスだから、リスクを承知で起業してよいと言えます。

なるほど「確率」が正面から出現する必要はなく、よくあ

る7対3という大まかな言い方で済みます。正負および比例配分なら誰でもでき、それで問題は解けています。これで終わりですが、必要なら、

確率的期待値(E) = $0.7 \times 100 + 0.3 \times (-130) = 31$ (万円)のように「確率」を前面に出して、改めて確認するのも自由であり、それが今日の確率論の行き方です（図1）。

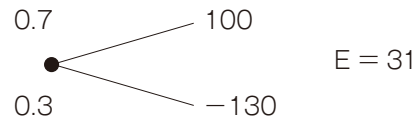


図1 確率的期待値

将来のことを意思決定

もちろん、確率はそれ自体便利な手段であり、うまく用いれば上記の問題と同様、将来の可能性の課題を打破でき、「どうしてよいか決められない」ことはなくなります。実のところ、統計データから確率が計算できても将来がわからないことに変わりはなく、問題は依然残りますが、それでも意思決定はできます。

問（保険とギャンブル）次の考え方は正しいか論じなさい。

——人は将来が心配で保険に入るが、保険とはギャンブルで損に終わることが多いから、それ自身無意味である。保険に入るのは合理的とは言えない。——

答 誤り。保険非加入はギャンブル、加入はギャンブルではありません。火災保険を例に可能性の確率計算をしてみましょう。表3は保険非加入のケースで、統計データから確率99.9%で無事、小さい確率0.1%で大きな損失を被る（財産を賭けた）極端なギャンブルになっていて、ギャンブルの相手は「社会」です。表4は保険加入のケースで、30はともに保険料相当でどちらも等しいからギャンブルにはなっていません（火災の損失リスクは保険会社に移ります）。実際、火災の場合には契約によって損失価値相当の保険金が払われ物件については差し引き0です。

表3 保険非加入というギャンブル

場 合	利 得	確 率
火 災	-3000	0.001
無 事	0	0.999

表4 保険加入（ギャンブルではない）

場 合	利 得	確 率
火 災	-30	0.001
無 事	-30	0.999

ですが、話は途中で。ここで、損失の心理的感覚は額に比例するとは考えられず、物理的損失額の大きさに対し損失感覚は比例以上に加速度的に高進すると言われますから、例えば30²のマイナス、3000²のマイナスと考えておきましょう。表3、4から期待値を計算すると、

非加入の場合 $0.001 \times (-3000^2) + 0.999 \times 0 = -9000$

加入の場合 $0.001 \times (-30^2) + 0.999 \times (-30^2) = -900$

期待値は加入の方が大きいから、「加入」が正しい決定となります。言うまでもなく、保険はマイナスの可能性を防ぐものでプラスの利得を得る（儲かる）ものではないことを知っておきましょう。

公平な将来予測

確率は将来予測のツールです。「将来の予測」という今日なんとなく我々が用いている思考法—それまでは存在しなかった—の芽生えが、パスカルの有名な「賭けの中断」*3) 問題です。この場合、公平の課題もあって、適切な扱いも望まれます。

問（賭けの中断）プレイヤーA、BがそれぞれK円ずつの掛け金を出します。最初に3回勝った方を勝ちとする硬貨投げのゲームをAが2勝、Bが1勝した時点で中断しました。パスカルの考え方に従うとき、A、Bの配分額はいくらですか。ただし、硬貨を投げたとき、表が出る確率を p とします。

答 樹形図を書くときつぎります。中断した時点からゲームを再開すると、図2に示すように、残り高々2回の硬貨投げでゲームは結着します。Aが勝つのは、1回目に表となるか、または1回目が裏で2回目が表のどちらかです。毎回の硬貨投げはベルヌーイ試行（2通りの結果とその確率が与えられ

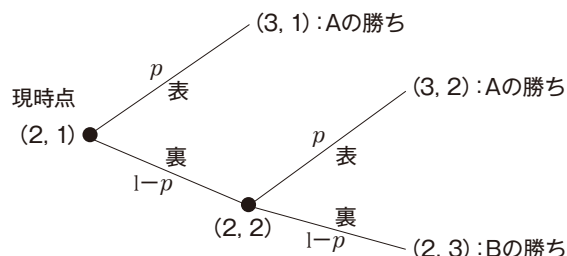


図2 賭けの中断

ている状況)なので、Aが勝つ確率 P_A は、図2から、

$$P_A = p + (1-p)p = p(2-p)$$

また、Bが勝つのは、1回目が裏で2回も裏の場合で、その確率 P_B は、

$$P_B = (1-p)^2$$

となります。したがって、掛け金2Kを $p(2-p)$ 対 $(1-p)^2$ の割合でA、Bに配分するのが正しいと言えます。例えば、 $K=10,000$ 、 $p=0.5$ のとき、配分額を計算してみましょう（練習問題とします）。

いわゆる「勝ち逃げ」の問題もあるのですが、公平の議論によるなら、本来得る権利のある額を放棄して去るのは非難される余地はないとすることも可能でしょう。もしそれも許さないのなら、ゲームのルールを決めておくべきでしょう。

まとめ 数学的な「確率」が言われる前から、確率がさまざまな問題において「可能性」の程度として役立ってきた歴史がある。それは今も変わらず、今後確率を学ぶことには大きな意義があり、多少でも教育の場で触れるならば、数学の視野を広げるのに役立つ。

第6回予定 画鋲を投げる



参考・引用

- *1 気候変動—確信度・可能性表現の読み取り方—IPCC報告書で、「可能性が高い」とは何パーセントを指すのか？ ニッセイ基礎研究所2023年1月24日 <https://www.nli-research.co.jp/report/detail/id=73710?pno=2&site=nli#anka1>
- *2 『Rimse』No.33「数学と言葉 第1回」2022年2月21日発行。
- *3 この問題は以前より「賭けの中断」と言われます。もとは「点数計算問題」problem of pointsと言われていました。いずれにしても、数学的確率の計算から解かれた「確率」の数学問題の始まりとして知られています。

【第5回】

分子 (モレキュール molecule)

もしもいま大異変が起こって、科学的知識が全部なくなってしまう、たった一つの言葉しか次の時代の生物に伝えられないとしたら、どんなことだろうか。私の考えでは、それは原子仮説だろうと思う。

R.P.ファインマン (1918～1988)
『ファインマン物理学』(1965)第1巻第1章より



元徳島県公立高等学校 教諭

西條 敏美 / さいじょう としみ

1950年徳島県生まれ。関西大学工学部および同大学院修士課程で気体電子工学専攻。卒業後35年間、徳島県の公立高校で理科(物理)教員として勤務し、2011年定年退職。1982年に徳島科学史研究会を創設。理科教育の立場から科学史の活用に関心を持つ。科学史を取り入れた高校教科書『理科基礎』(実教出版)の共同執筆にもかかわった。おもな著書に、『理科教育と科学史』(大学教育出版)、『測り方の科学史(I)(II)』、『単位の成り立ち』(以上恒星社厚生閣)、『物理定数とは何か』(講談社ブルーバックス)など。趣味は毎日1万歩、1時間15分歩くこと。現在地球の全周の100分の92を達成。

物質の分子説は、1811年イタリアのアヴォガドロによって発表されました。しかし、分子(モレキュール, molecule)の概念は、半世紀にわたって注目されず、アトムとモレキュールとの違いについて混迷をさわめました。その原因の一つとして、微粒子を表すのに多くの似た語があつて、しかも組み合わせ、人さまざまにその語を使っていたことにあります。今回は分子概念とモレキュールという用語の成り立ちを見てみます。

モレキュールの語源

molecule という語は古代ローマの時代からありました。辞典によると、mole-cule と分けられ、mole はラテン語の moles、英語の mass (塊) を意味します。cule は微小を意味する接尾語で、日本語の「粒子」の「子」に相当します。したがって小さな塊、微粒子という意味を持ちます。particle の意味と大差ないといえます。

アヴォガドロの論文 (1811)

アヴォガドロの論文は「物体の基本粒子の相対的質量と化合物中の基本粒子の化合比とを決定する方法についての試

論」と題して、1811年の『物理学雑誌』にフランス語で発表されました。書き出しは、「ゲイ・リュサックは、気体どうしは常に非常に単純な体積比で化合し、生成物が気体ならばその体積も成分気体の体積と非常に単純な比をなすことを示した」と、いわゆるゲイ・リュサックの法則を述べ、続いて仮説として、「気体を構成する粒子の数は体積が同じならば常に等しい」とアヴォガドロの法則に相当する一文も書き込まれています。そして、ゲイ・リュサックのほか、ドルトン、デービー、フルクロアなどの実験値の分析を行い、まとめてこんなふうに書いています。

「読者は、われわれは一般的原理から出発しているのに対して、ドルトンは個々の考察に従っているが、われわれの結果とドルトンの結果との間に多くの一致点があることに気づかれたことであろう。われわれはドルトンの体系とゲイ・リュサックの一般的事実との間にある関係を見いだしたが、この関係により精密な手段の備わったドルトンの体系と根本的には異ならぬわれわれの仮説にとって、これらの一致点是有利な証拠になっている。」

ドルトンを持ち上げつつ、自分の仮説の正当性を述べているようにも見えます。ちなみに、このときドルトンは45歳で、『化学哲学の新体系』の大著もありましたが、アヴォガドロは35歳で国籍も違い無名の人物でした。もともと彼は

法律家出身で、上の論文も自らの実験結果を発表したのではなく、一定の理念に基づく哲学的傾向を持つ論文でした。そのためだけではないですが、ドルトンはそもそもゲイ・リュサックの法則も、アヴォガドロの分子仮説も認めていなかったのです。

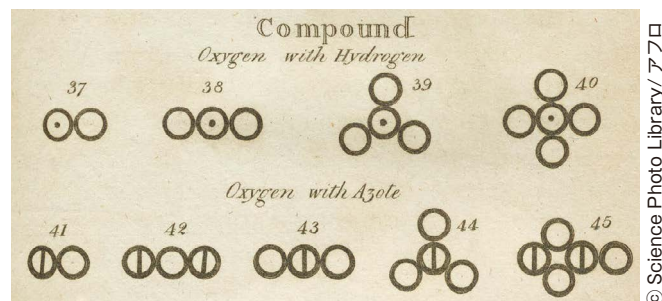
アヴォガドロが用いた用語

アヴォガドロの論文では、molecule という語がもちろん単独でも使われていますが、今日の分子の意味を持っていないく、粒子程度の意味合いでした。特徴的なのは、修飾を伴った語です。例えば、elementary molecule (基本粒子)、simple molecule (単一粒子)、compound molecule (複合粒子)、constituent molecule (組成粒子)、integral molecule (構成粒子) などの語です(原語はフランス語、英語に改変した)。ドルトンに言及しながらも、ドルトンが提案した atom (原子) という語は使われていません。例えば、こんな記述があります。

「化合物(気体)の中の成分の量の比は、化合するときの simple molecule の数と化合によって生成する compound molecule の数とだけによって定まるように思われる。」(第1節)

「2個またはそれ以上の elementary molecule から成る molecule は、elementary molecule の質量の和と等しい質量を持つはずである。」(第2節)

前者で、simple molecule とは単一の粒子、例えば、水素 H_2 、酸素 O_2 のような粒子を指し、compound molecule



ドルトン著『化学哲学の新体系』所収の粒子塊の模式図

アヴォガドロの論文に図はない。彼は個々の最小粒子を atom と呼ばず、elementary molecule と呼び、この図のような粒子塊を compound molecule と呼んだ。単一の最小粒子が2個結合した粒子を認め、これを simple molecule と呼んだ。

とは、これらが化合して作られた化合物の粒子、水 H_2O の粒子を指していると理解するとよいでしょう。後者からは、elementary molecule とは、今日の atom と読み替えると、理解しやすいです。HやOのことです。constituent molecule も、独立成分として気体を構成する最小の粒子のことです。integral molecule も気体を構成する一般の粒子を指しています。「いかなる気体においても、integral molecule の個数が物体体積中で常に等しい」という記述が見られます。

特に、種々の molecule を構成する粒子(atomに相当)の語に、elementary molecule と molecule を含んだ語を使用しているので、いっそうわかりにくいです。

アンペールの論文(1814)

アヴォガドロの分子仮説は広く認知されない状態が続きます。そんな中にあっても、今日から見て注目される論文が出ています。電気研究で著名なアンペールの論文(1814)で、粒子集団の概念と関連づけながら、molecule という語を用い、アヴォガドロの論文にも言及した数少ない論文とされます。この論文の中で、molecule の語の意味についても述べています。

「物体の示す現象は、これを構成する molecule 自体の形に影響されず、particle を構成するこれらの molecule の配列の仕方によって説明されると考えられるようになった。私がここで呼ぶ particle とは、一定数の molecule が自分の大きさに比べて比較にならないほど大きな間隔を保ちつつ、一定の配列で集合したものである。だから、このような particle が3次元的広がりを持つ空間を占めるためには、この particle が少なくとも4個の molecule の結合から構成されていなければならない。」

particle を構成する molecule、あるいは particle とは molecule が集合したものとの記述から見て、分子に当たるものが particle で、原子に当たるものが molecule と、今日の語と意味が逆転していると取れます。

ゴードンの論文(1833)

それから約20年後に出たゴードンの論文(1833)は、

違和感なく読めます。しかも、atom と molecule の語の区別についてもはっきり書かれています。「原子量の細かな数値については、その博識とともに精密な技術で知られるベルセリウス、デュマ両氏のもの、並びにそこから得られたものが確実な数値として認められよう」と書き、こう続けています。

「だが、molecule内のatom数については、両氏でも異なることがある。それは実験精度の問題ではなく、理論の問題である。それは老若を問わず、すべての化学者によって議論されなければならない。」

「われわれは、atomとmoleculeという語をはっきり区別することから始める。今まで他の化学者が私と同じ結論に達しないのは、この区別を明確にしていなかったためと考えるからである。atomとは小さな均質の球体あるいは本質的に不分割な物質的点であり、一方moleculeとはある数のatomから成り、ある性質を持つ独立したatom集団といえる。1個、2個、3個の、あるいは多くのatomから構成されているmoleculeといった冗長な表現の代わりに、moleculeという語の前に、1 atom, 2 atom, 3 atom, 多atomといった語を付けることにしよう。」

これほど明快な提案がなされていても、これが取り上げられることはありませんでした。化学者の数だけ違う語が使われ、その定義があるとさえ言われていました。

■ カールスルイエでの国際化学者会議（1860）

アヴォガドロの分子仮説の発表から半世紀、ゴードンの論文からでも30年も経過して、混乱した用語を統一しようという動きが起こりました。ドイツのケクレが発案し、フランスのヴェルツ、ドイツのベルツィンが組織した初の国際化学者会議です。1860年9月3、4、5日、ドイツのカールスルイエにヨーロッパ11カ国から約140人が集まりました。招待状には、議題として「アトム（atom）、モレキュール（molecule）、当量、原子度、塩基度という語で表現される化学上の重要概念をどのように定義するか」と書かれていました。

4日の会議の冒頭挨拶での「新しい科学か、古い科学かは問題ではないのです。科学が古くなるのではなくて、われわれのほうが古くなることこそが問題なのです」に、拍手が沸き起こりました。「どんな手段で分子量が決定できるかが問

題なのではなく、molecule と atom という語に結びついた概念の区別を認めるか否かが、会議に提案された本質である」という発言もありました。最後に、英語、フランス語、ドイツ語で採決に付される文案が読み上げられました。

「moleculeを反応にあずかり物理的性質を決定する物質質量と見なし、atomはmoleculeに含まれる物質の最小量と見なすという、molecule、atomの区別を採用することを提案する。」

この提案は全会一致で可決されました。この会議に出席していたイタリアのカニッツァーロは、会議終了後、同国のアヴォガドロの分子仮説を紹介した論文（1858）を配布しました。この論文を帰途の車中で読み、帰宅後も何度も読んだマイヤーは「まるで目からウロコが落ちたように感じた」との有名な逸話が残ります。元素の周期律表で著名な若きメンデレーエフ（26歳）もこの会議に参加した感動を詳細な手紙に書いて恩師に送っています。この会議以後、atom と molecule という語の区別は次第に定着していきました。

■ むすび

アトムとモレキュールの語が区別され、用語として定着しても、原子、分子の実在を認めるかは別問題でした。オストワルトやマッハらは、そんな目に見えない微粒子を基本に置くことを否定して、観測にかかるエネルギーを基本に置いたのです。原子論とエネルギー論との論争です。しかし、アヴォガドロ数を種々の方法で測定しその一致を示したペランの実験や、ブラウン運動を理論的に究明したアインシュタインの研究などを通して、20世紀の初頭には、原子、分子の実在を疑う人はいなくなったといえます。ボルンは、1950年に書いたエッセイで、いみじくも1900年との大きな違いは原子論の完全な勝利にあると述べています。古代ギリシャの時代からの長い歩みの中で、人類が勝ち得た英知の一つでした。❖

文献案内

- 化学史学会編『原子論・分子論の原典3』（学会出版センター）
- 『サジアトーレ』第14号（1985）、メンデレーエフの恩師宛の手紙の日本語訳（梶雅範訳）あり
- Molécules, Atomes Et Notations Chimiques: Mémoires de Gay-Lussac, Avogadro, Ampère, Dumas, Gaudin, Gerhardt, (Hachette Livre Bnf) 原著1913

令和の日本型教育を支える研究・研修で学校に活力を

岩永 章 / いわなが あきら

1957年東京都生まれ。東京都立中学校理科教諭、東京都立中学校教頭、東京都立中学校夜間学級副校長、江戸川区立東葛西中学校長、江戸川区立小岩第四中学校長、台東区教育委員会指導課長、新宿区立新宿西戸山中学校長、新宿区立落合中学校長、東京都中学校長会長、全日本中学校長会教育研究部長を歴任、現在早稲田大学教職大学院客員教授、Rimse 東京懇談会委員、東京都教育会常任理事、日本教育会東京都参与。



私が学校現場を離れ、Rimse 東京懇談会に参加して3年目に入りました。この間、東京懇談会の活動を通して、学校を少しでも支援したいという気持ちが強くなりました。

1) Rimse 東京懇談会の活動を通して学校支援を

いつの時代にも学校教育には大きな期待が寄せられるとともに、さまざまな教育課題への対応が求められています。こうした中、各学校では校長先生を中心に試行錯誤しながら、課題解決を図り期待に応えようと最善の努力を続けてきました。そして、現在でもそれが続いています。

こうした学校の状況を受けて一般財団法人理数教育研究所（Rimse）では、2016年に教育課題の調査・研究・成果の発信を目指して「Rimse 東京懇談会」を設立しました。

これまで、研究テーマとして「学習指導要領の実施における教育課程上の課題」、「校長先生や教員が直面している課題」、「教員の養成・採用・育成に関する課題」、「コロナ禍における感染防止や学びの保障」、「学校における働き方改革」、「GIGA スクール構想の実現に向けた課題」など、時宜に応じたテーマを取り上げ、協議を深め、その改善策などを発信してきました。そして、現在は「令和の日本型教育を支える教員の育成・研修」をテーマに研究を進めているところです。

2) 向かい風に立つ学校教育

私が学校現場を離れてからの2年間には、全ての校種で現行学習指導要領が全面実施となり、教育内容や指導法のバージョンアップが求められています。教育内容以外にも教員の働き方改革や定年延長、教員不足の問題などの新たな課題も発生しています。学校にはさまざまな課題が押し寄せ、

校長先生方は対応に大変ご苦労されているのではないかと心配しているところです。さまざまな課題の中で、教員不足については社会的な課題と受け止め、各学校で今からその改善に着手しなければならないと考えています。「教員の仕事は大変だ」という負のイメージを払拭しなければなりません。そのためには先生方が生き生きと子供たちと接し、活力ある学校であることを示し、教職の魅力を表現することが必要と考えています。

3) 研究・研修を通して活力ある学校づくりを

学校への期待やさまざまな教育課題が押し寄せる中、学校が受け身となって対応するのではなく、学校や個々の教員が課題を「自分事」としてとらえ、組織の一員として主体的に課題解決に取り組む学校風土の醸成が重要と考えます。個々の教員が主体的に教育課題に取り組むことにより力量が形成され、組織に活力が生まれてきます。こうした教員の雰囲気づくりには、研究・研修が有効な手段の一つになります。

(1) 主体的に課題解決に取り組む学校風土づくり

校長時代を振り返ってみると、課題対応の連続であったように思います。最も苦慮した課題は、新型コロナウイルスによる一斉臨時休校への対応でした。

臨時休校が公表されてから、その実施までわずか3日間対策を決定し、周知しなければなら状況でした。その対応では以下の点を重視し、この危機的状況に対応しました。

○教員の総力を挙げての対応

校長からのトップダウンと教員からのボトムアップの融合。

○解決すべき課題の焦点化（解決の優先順位付け）

Business Continuity Planning（BCP）事業継続計画体制の

発想を取り入れ、優先すべき課題から順位を付けた対応。

○課題とその対応の進捗状況の見える化

対応すべき課題とその対策を付箋に書き出し、進行管理表を拡大印刷し、分掌ごとに付箋を貼り、終了した課題から付箋を取り去ることで、課題・対策・進捗状況の見える化を推進。

○組織的対応の経験を他の教育活動に適用

組織的な対応体験・成果を教育課程の編成など他の教育活動にも適用。教員に学校運営への参画の有効性を自覚させる。

○「自分たちが学校を支える・創る」という自覚の育成

この一連の過程は、まさに活きた研修でもありました。一斉臨時休校という困難な事態を乗り越えた経験から、多くの教員には「自分が学校を支え、創る」という意識が定着し、自ら成長することを目指す教員組織になったと分析しています。この過程で教員の意識や実践が変化し、活力ある学校へと変容しました。「課題の焦点化」、「進捗状況の見える化」を意識したことで、教員組織が変わってきました。多くの校長先生方も同じような実践をされたことと思います。その経験を生かして活力ある学校をつくるのが、向かい風を乗り切ることにつながると考えています。

(2) 研究・研修を通した活力ある学校組織づくり

現在の東京懇談会のテーマ「令和の日本型教育を支える教員の養成・研修」を受けて、東京都内 13 校の中学校長に校内研修・研究に関する聞き取り調査を行いました。聞き取り内容は、研究・研修テーマ、研修会全体会の実施回数、内容、実施上の課題、今後必要なテーマについてです。

調査から、研修・研究テーマとして「学習指導・授業改善」、「ICT 機器の活用」、「キャリア教育」、「安全教育」、「学級経営」など各校の実態に即したテーマが設定されていました。また、多忙な学校運営の中、さまざまな工夫をしながら研修の時間を捻出している実態も掴め、どの学校も教育課題への対応や教員のスキルアップを目指した内容となっていました。

聞き取った内容を「活力ある教員組織づくり」の視点で分析したところ、組織の活力を引き出すために以下のような工夫をしていることがわかりました。

- ① 校長のリーダーシップが発揮できる関係性の構築
- ② 研究・研修の必要性の共有
- ③ 日常の教育活動と結びついたテーマ設定
- ④ 研究の焦点化と段階を踏んだ研究内容・方法の精査

⑤ 個々の教員の関わり方の明確化

⑥ 全教員による参加型の研究の推進

⑦ 生徒の変容を基にした研究・研修の評価の実施

⑧ 生徒発表の設定等生徒参加型の研究の推進

⑨ 成果の発信と研究・研修のステップアップ

こうした視点を意識して研究・研修を進めることで個々の教員の参画意識が高まり、教員組織に活力が生まれると考えられます。調査校の中には、教員から「学校が多忙であり研究・研修に力を注ぐと負担増になる。」との声が上がりました。しかし、研究・研修が進み、個々の教員がその手ごたえを感じられるようになると、教員自らが成長することの大切さに気付くことにつながったとのことでした。特に若手教員の柔軟な発想を取り入れたことがターニングポイントとなり、教員組織がより活性化した事例を伺いました。

今回の調査では、それぞれの学校が独自の工夫を行いながら研究・研修の充実を目指しておられました。この姿勢を基に、教育課題の解決を目指した研究・研修に加え、教員組織に活力を持たせることを意識した研究・研修、さらに個々の教員に自ら成長していくことの大切さを自覚させる研究・研修へのバージョンアップが活力ある学校組織づくりに繋がると考えています。

4) 積み重ねてきた教育実践に自負を

今回、聞き取り調査をして、どの学校も生徒の実態を踏まえ、学校の課題に正対した研究・研修が着実に進められているということが印象に残っています。これまで校長先生方が、さまざまな教育課題と向き合い、困難な課題でも誠実に対応してきた経験が生かされていると感じました。学校の教育力をさらに高めるために、必要に迫られて行う研究・研修から、活力ある学校を目指した研究・研修、自己成長の大切さを自覚させる研究・研修に転換することを提案したいと思います。冒頭で述べたように、今、学校にはさまざまな教育課題の解決が求められています。そうした時期だからこそ、研究・研修の進め方を見直し、教員が学校を支え創る意識をもち、生き生きと指導する学校であり続けることを望みます。

今後も Rimse 東京懇談会の一員として、校長先生方が学校経営に使いやすい教育情報を提供していく所存です。 ❖

地元の算額や和算の史跡を訪ね、自分でも算額をつくろう！



NPO 和算を普及する会 理事
日本数学史学会 事務局長
早稲田中学・高等学校 教諭

中島 秀忠 / なかじま ひでただ

1979年埼玉県生まれ。早稲田大学大学院理工学研究科数理科学専修修士課程修了。
著書に『対話的な学びを促すおもしろ問題50』（明治図書）がある。

和算とは

郷土かるたの1つ「上毛かるた」は、群馬県で育った方であれば全員が知っているそうです。最後の札「わ」には「和算の大家 関孝和（わさんのたいか せきこうわ）」とあります。数学は江戸時代に日本独自の発展を遂げました。身分や性別、年齢に関係なく広がり、研究者がお互いに切磋琢磨し学び合う風土がありました。明治維新以降に西洋から取り入れられた数学を「洋算」と呼ぶのに対して、当時のものを「和算」と呼びます。

関孝和は「せきたかかず」とも読まれます。群馬県藤岡市に生まれ、江戸で働きながら数学の研究を続けました。円周率の近似値を追い求め、その研究には世界を驚かせる発見が含まれています。他にも西洋の数学から独立して多くの偉業を残しており、日本を代表する和算家です。

算額とは

神社やお寺に伺うと、さまざまな絵馬が飾られていることがあります。ここで言う絵馬は、願い事が書かれた手のひら大の板の集まりではありません。大絵馬と言われる大判です。武将が勇ましく馬にまたがる大きな絵が飾られているのを見たことはないでしょうか。建物の壁面や絵馬堂に飾られています。その並びに数学の問題の絵馬も飾られていることがあります。それを算額と言います。

数学の上達を神仙に感謝し、自分でつくった問題を絵馬にして奉納しました。それは境内に飾られ、行き交う人々がその前で議論をしたり、その問題の作者が広く有名になることもありました。私塾単位で算額を奉納すれば、その宣伝にもなったのです。現在のようにSNSの無い当時、算額は貴重な発信源であったと言えます。

算額は日本各地に現存します。その存在や面白さを地元や、他の地域の方に伝えることで地域の文化・教育の向上に役立つと思います。ご自分の地域に算額や和算関連の史跡があるかどうか調べるには、各地の和算研究会や各自治体の役場にお問い合わせいただくか、小寺裕先生が運営されるホームページ「和算の館」をご覧くださいになるとよいでしょう。

算額を見せる活動

私の所属する早稲田中学・高等学校の近所に関孝和のお墓があります。東京都新宿区の浄輪寺にあり、学校から歩いて15分ほどの距離です。本校の数学研究同好会の生徒と一緒に、お墓参りをして、関連資料を拝見することができました。2022年は逝去から314年目にあたることから、関孝和314年祭記念法要が行われ、真島秀行先生（お茶の水女子大学名誉教授）によって円周率の研究について彫られた石碑が設置されました。図1はその除幕式の様子です。



図1 関孝和の墓前に円周率の石碑が設置された

また、校外授業で算額を見せる機会を持つこともあります。本校の中学2年生に上野の史跡や博物館を訪ねる行事の際、東京都台東区にある東洲寺に事前に許可を取っておき、本堂

に掲げられている算額を実際に見ることができました（図2）。その事前と事後の活動として、その算額の中の1問について、その題意を掴み、解くことに挑戦させました。



図2 校外学習において算額を実際に見られた

算額はその大半が図形問題ですが、難易度はさまざまです。高校生や大学生でも難儀する問題が多く、中学生の演習問題として適したものを見つけるのには苦勞します。それでも、適した難易度の算額を見つけて生徒たちに紹介すると、とても面白がって解いてくれます。彼らにとっては教科書や受験の問題と異なり、新鮮に映るのでしょう。その地域で100年以上も前から解かれてきたという歴史に浪漫を感じられます。

算額が屋外に掲示されている場合、風雨にさらされ判読できないことがあります。その場合は算額が転記された写しを見せてもらいます。また大絵馬は重く、建物を守るために壁から外され、^{ほうもつ}寶物庫に保管されていることもあります。いずれにせよ算額を見学する際には、寺社に事前に連絡を取っておくことをお勧めします。

現代に受け継がれる算額奉納の文化

算額奉納は海外では見られない、日本特有の文化です。

NPO 和算を普及する会では、この伝統を受け継いで1998年から「算額をつくろうコンクール」を毎年行っています。オリジナルの問題を募集し、問題やその解き方の面白

さを品評しています。参加に年齢制限はありません。中学生や高校生からの応募が多いですが、小学生や一般の方の参加もあります。教員の方々、地域にある和算の史跡の紹介と併せて、生徒をこのコンクールに参加させてはいかがでしょう。

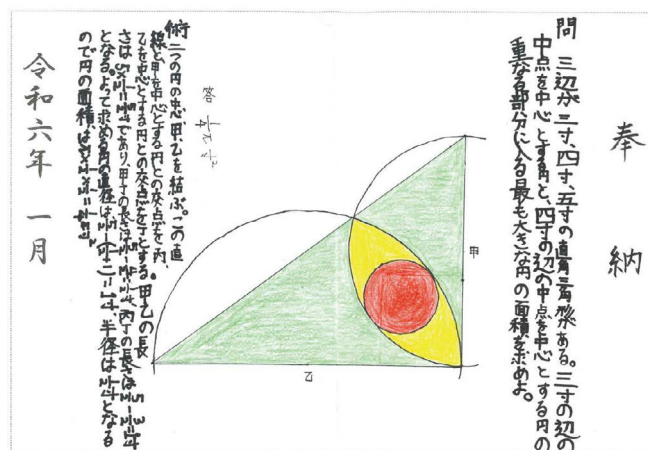


図3 第27回算額をつくろうコンクール金賞作品の1つ

2023年度には第27回を迎え、全国から1883作品が集まりました。毎年金賞4作品、銀賞8作品、銅賞16作品、奨励賞若干を選びます。年度末のイベント「和算にまなぶ」に於いて表彰式を行い、私が受賞作品を解説・講演します。

また、金賞受賞者にインタビューもするのですが、思いもよらない返答があり、楽しませてもらっています。図3の算額の作者は本校の中学1年生なのですが、その彩色について聞くと「僕はオムライスが好きなので、真ん中の図形をそれに見立てて黄色と赤色にしました」と答えました。

生徒達はこのコンクールに参加するにあたって、算額奉納が日本の文化であることを意識して、和の題材をモチーフにすることが多いように思います。3年前に銀賞に輝いた作品には「赤べこ」が描かれていました。その理由は、その年の干支が丑であったことと、疫病除けです。3年前はコロナ禍で真ん中でした。会津地方の郷土玩具の伝説を自分で調べて描いたそうです。算額をつくることで、地域を知り、文化を知ることができた1つのケースだと思います。❖

編集後記

コロナ禍で開催された前回の東京オリンピック・パラリンピックから早3年、今年はパリオリンピック・パラリンピック開催の年です。日本人選手の活躍を期待しましょう。

次号の特集テーマは「大阪・関西万博と理数教育」です。

(財)理数教育研究所 事務局

「数学用語」その3

虚数は虚しい数なのか

サイエンスナビゲーター® 桜井 進/さくらいすすむ

虚数は“ない”と思われている

「虚数はあるのか」と問われて、「ある」と答える人はどれくらいいるのでしょうか。筆者の推測では、「虚数はある」と言い切れる人は極めて少なく、「ない」と答える人が過半数以上ではないでしょうか。大学生を対象に調査してみれば興味深い結果が得られると思われます。「虚数はない」と思われている理由として考えられるのは、「実数はあるが虚数はない」という捉え方です。「実数はある」と思われているのは身の回りの数値が実数だからです。温度、金額、時間、長さなどの数値は、整数値をはじめ高々数桁の有効数字で表されるものばかりです。少し数学を知った者ならば、正方形の対角線の長さが $\sqrt{2}$ を使った無理数で表されることを知っています。それらすべての数値は、メディア—紙、液晶モニター、看板など—toに数字としてビジュアライズされます。数字という物理的実在—モノがあるということ—が、実数という数の実在に直結していることになるのでしょう。

虚数は実在するのか？

筆者は数学以外に電子工学と物理学の中で虚数と付き合ってきました。電子工学では虚数は計算を簡単にする技術として重宝されます。ゆえに虚数の実在性を意識することはありません。ところが物理学の量子力学では事態は深刻になります。量子力学にとって波動関数の属性が複素数（実数と虚数を組み合わせた数）であることが本質的です。複素数としての波動関数が波束の収縮をすることによりモノの実在を生み出すことになる、という理論が量子力学です。モノの実在の根底に虚数があることになり、虚数の実在を強く意識することになりました。しかしあくまでも意識するまでに止まっていました。多くの物理学者でさえ量子力学を語るとき、虚数の実在に言及することはありません。

imaginary numberと虚数

虚数のアイディアは、12世紀に代数方程式の中で生まれました。17世紀、デカルト(1596-1650)により“nombre imaginaire”と命名されました。これが英語の

imaginary number です。彼はネガティブに「想像上の(=imaginaire)」と言いました。デカルトでさえ「虚数はない」と考えていたということです。19世紀に中国で「虚数」という用語が誕生し、日本でも使われるようになりました。「虚」が持つイメージは強烈です。中身が“ない”という語だからです。数の実在を考えたことがない人が「虚数」という漢字を見れば、“ない”というイメージを持つのは仕方がないことです。

虚数は実在する！

筆者が虚数の実在を強く実感したのはリーマン予想でした。リーマン予想とは、複素平面上でゼータ関数の零点が特別に存在することを語るものです。複素平面と長く付き合うことで、ようやく虚数の実在を“実感”するに到りました。それは、単に教科書で虚数を知っただけでは“実感”できません。12世紀に生まれた虚数がガウスを経て、18世紀のオイラーがようやく“実感”できたのですから…。モノはこの宇宙(という世界)に実在します。数は数の世界に実在することです。数字は目に見える存在ですが、すべての数は目に見えないアイデアとしての存在です。そもそも人類が巨大な脳辺縁系を有するホモサピエンスとして誕生してからアイデアとしての数の存在に気づくのに数百万年もの時間が必要だったのです。古代ギリシャ時代、アルキメデスが数学をつくりだしたのは高々2300年前です。現代人と言えども数の実在を獲得するのは容易ではありません。「実数はある」と答えた人のどれだけが実数のアイデアとしての実在性を認識しているかは疑問です。果たして、虚数は実数と同じようにアイデアとして数の世界に実在する、これが結論です。

虚数は虚しい数ではない

2つの意味で虚数は虚しくはありません。虚数の正体は「虚しい」という意味ではなく「虚」の使用は誤り・不適切・不適合です。結果的に、実数はあるが虚数はない、という誤解を生むことになっています。ところが皮肉なことに、ヘンテコな用語「虚数」のおかげで、実数と虚数の数学的実在についての議論ができます。ひいては「数学とは何か」の議論にも繋がられます。これはポジティブであり虚しくはありません。2つめは言葉の有り難さです。本連載前回の「幾何学」でも同じことを述べましたが、虚数についても同様に、用語をつくりだすこと、用語があることがいかに有り難いかということです。筆者が主催する数学教室で「虚数に代わる正確・適切な新しい数学用語を考えよう」をテーマにした授業をしたことがあります。大変盛り上がりました。読者の皆さんが考える虚数に代わる用語は何でしょうか。